

## Hvatt til hugsunar í stærðfræði



### Ingólfur Gíslason og Bjarnheiður Kristinsdóttir

Ein einfaldasta kenningin um stærðfræðinám gæti hljóðað svo: Stærðfræðinám getur einungis átt sér stað ef nemandinn þarf að *hugsa*. Þess vegna hef ég litið þannig á að mitt hlutverk sem stærðfræðikennara sé að fá nemendur til að hugsa. Það tekst ekki alltaf. Jafnvel þó að nemendur séu með augun á töflunni eða námsbókum þá er ekki víst að þau séu að hugsa um stærðfræði eða á stærðfræðilegan hátt. Því miður venjast margir nemendur á að þeirra hlutverk sé alls ekki að hugsa. Þeir telja til dæmis frekar að sitt hlutverk sé:

- Að skrifa niður það sem kennarinn segir eða skrifar
- Að herma eftir einhverjum reikniaðferðum sem kennarinn setur fram
- Að bíða eftir því að kennarinn segi nákvæmlega „hvað á að gera“
- Að þóknast kennaranum

Okkur segir reyndar svo hugur um að þetta eigi allt við um fleiri námsgreinar en stærðfræði, enda hafa ýmsir fræðimenn haldið því fram að lærdómur sé fyrst og fremst einhvers konar spor sem hugsun skilur eftir sig. Í þessum pistli verður sagt frá hugmyndum kanadíska stærðfræðimenntafræðingsins Peter Liljedahl um það hvernig skipuleggja megi stærðfræðikennslu sem best til þess að knýja á um hugsun nemenda. Hann kallar skólastofu þar sem hugsun er í fyrirrúmi „hugsandi skólastofu“.

Peter byggir á sígildum rannsóknum og kenningum í stærðfræðimenntun um

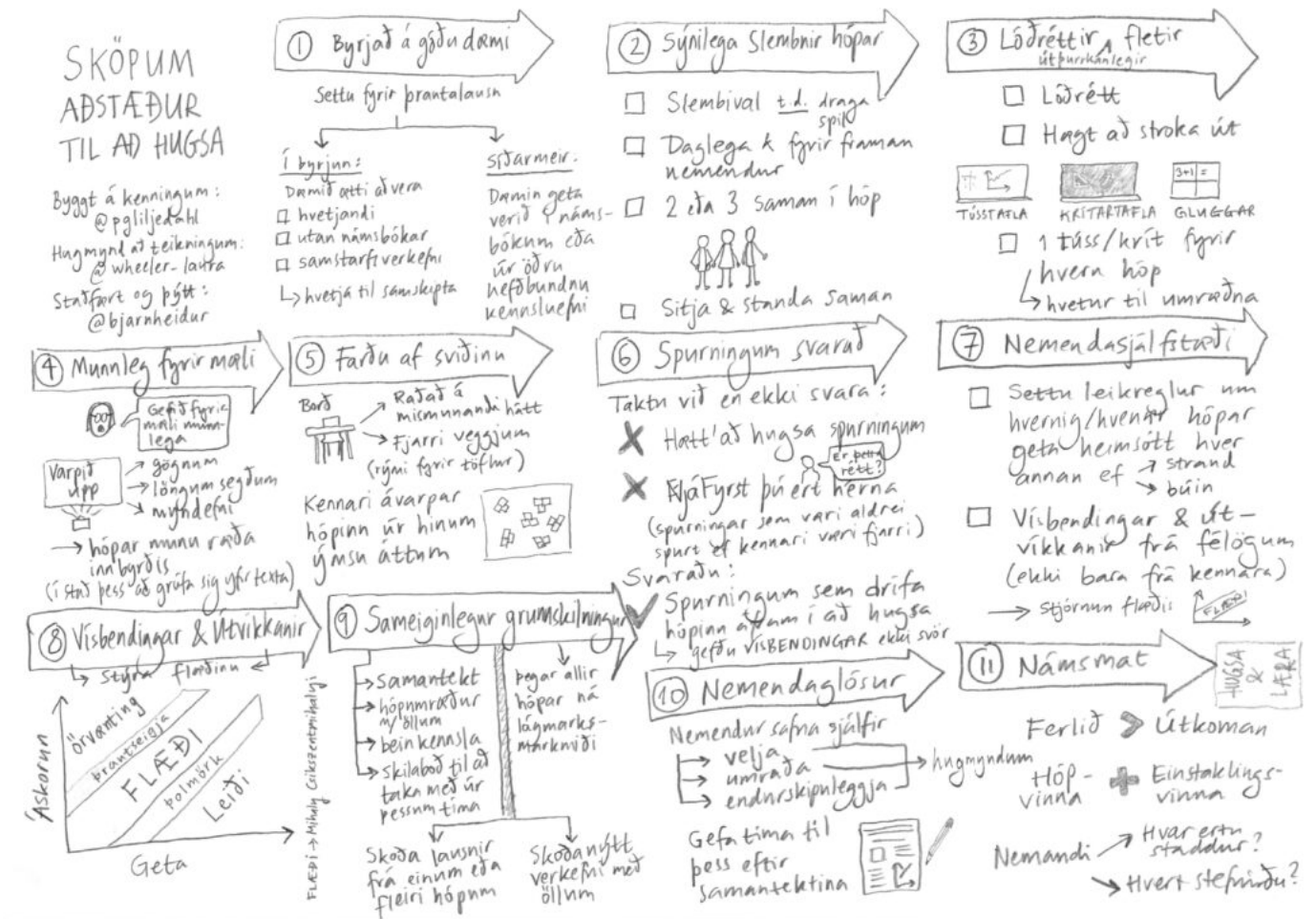
stærðfræðilega hugsun en hefur (í félagi við aðra rannsakendur) reynt að fíkra sig áfram með heppilegar útfærslur. Markmiðið er að finna „praktískar“ leiðir til gera skólastofuna að stað þar sem nemendur og kennarar hugsa - bæði sjálfstætt og saman - í samræðu og virkri glímu við verkefni. Í hugsandi skólastofu ríkir vitund um að þar er gert ráð fyrir og búist við því að nemendur hugsi. Hér fara á eftir þau ráð sem Peter setur fram í ljósi sinna rannsókna þar sem hann hefur mælt hluti eins og þann tíma sem það tekur nemendur að byrja að vinna saman og hve áköf þau eru í vinnunni og hve mikla seiglu þau sýna:

1. Verðug verkefni: *þrautir* en ekki „handavinnuæfingar“. Mikilvægt er að verkefnin séu grípandi og fái nemendur til þess að vilja tala saman þegar þeir leysa þau. Hægt er að byrja á þrautum sem ekki tengjast námsefninu beinlínis en í framhaldinu, eftir að nemendur hafa vanist skipulaginu, ætti að vera hægt að nýta og setja hið eiginlega námsefni fram á svipaðan hátt.
2. Kennarinn kynnir verkefnin munnlega. Ef skýringamyndir eða töluleg gögn eru nauðsynleg má hafa þau sýnileg en sjálfstærð verkefni ætti að gefa munnlega og í sem fæstum orðum. Þetta fær hópana til þess að ræða um hvað sé verið að spyrja, frekar en að þeir sökkvi sér í að lesa texta á blaði.
3. Skipta nemendum í litla hópa (2 eða 3 nemendur í hópi) með sýnilega tilviljanakenndum hætti. Ekki skal láta hópaskiptinguna halda sér lengur en viðkomandi kennslustund og best er að hefja hvern einasta stærðfræðitíma með því velja hópana sem vinna saman í þeim tíma. Lykilatriði er að valið sé handahófskennt og að nemendur sjái að það sé þannig. Í rannsókn Peters kom í ljós að með því að velja handahófskennt í hópa í hverjum tíma jókst raunveruleg samvinna nemenda til muna, bæði innan hópa og milli hópa, og nemendur spurðu frekar hver annan heldur en að bíða eftir kennaranum. Þetta er þó skipulag sem tekur tíma að byggja upp og það getur tekið sex til átta vikur fyrir nemendur að venjast því.
4. Nemendur hafa aðgang að lóðréttum flötum sem hægt er að stroka út af. Hægt er að nota tússtöflur, glerrúður eða plastdúka sem loða við vegg. Þannig verður vinnan sýnileg, ekki bara fyrir nemendurna sem vinna saman heldur líka fyrir kennara og aðra nemendur. Til að hvetja til samræðna er rétt að hver hópur hafi bara einn penna eða eina krít. Mælingar hafa leitt í ljós að nemendur eru mun viljugri að skrifa á töflu sem auðvelt er að stroka út af heldur en á pappír. Tíminn þar til þau skrifa eða teikna eitthvað verður styttri en ella. Það að standa frekar en að sitja virðist líka stuðla að virkni nemenda.



Myndin er fengin af heimasíðu Peter Liljedahl.

5. Sviðsljósið kvatt. Kennarinn stendur ekki upp við töflu heldur hreyfir sig í rýminu og ávarpar bekkinn úr mismunandi áttum. Helst ætti að vera hægt að nota allar hliðar og horn kennslustofunnar. Til þess að auðvelt sé að ganga á milli nemendahópa og komast að veggjum kennslustofunnar er best að raða húsgögnum upp á nýtt, til dæmis í þriggja borða eyjur.
6. Eingöngu svara spurningum sem leiða til áframhaldandi hugsunar (gefa vísbendingar). Venja þarf nemendur af því að spyrja spurninga á borð við „Er þetta rétt?“ og hvetja þá til að spyrja oftara aðra nemendur í stað þess að bíða eftir kennaranum. Kennarinn ætti auðvitað að hlusta á allar spurningar, en aðeins að svara spurningum sem svara þarf (gefa vísbendingar) til þess að nemendur geti haldið áfram að hugsa.
7. Flæði. Kennarinn gefur vísbendingar og útvíkkar verkefni þannig að þau séu hæfileg áskorun. Verkefnið má ekki vera of auðvelt því þá fer nemendum að leiðast, og útvíkkarir á spurningum mega ekki vera allt of krefjandi, því ef áskorunin virðist ókleif er hætt við uppgjöf og vonleysi. Þessi hugmynd er byggð á kenningu ungverska sálfræðingsins Csíkszentmihályi's um flæði.
8. Samantekt. Í lokin þarf kennarinn að taka saman og ræða við allan hópinn um hvað þau eigi að taka með sér úr vinnunni. Hér er rými fyrir „beina kennslu“. Kennarinn getur beint athygli nemenda að aðalatriðum, og skal miða við að allir nemendur geti skilið efnið. Einnig geta einstaklingsverkefni fylgt samantektinni.
9. Námsmatið verður að snúast meira um hugsanaferlin frekar en „afurðirnar“ (svörin). Matið fer að mestu leyti fram með samræðum við nemendur um það hvar þeir séu staddir og hvert þeir stefni í vinnunni. Bæði þarf að meta einstaklingsvinnu og hópvinnu.



Samkvæmt greiningu Peters eru fyrstu fjögur atriðin hér að ofan þau sem auðveldast er að útfæra og líka þau hafa mestu og hraðvirkustu sýnilegu áhrifin. Það sem neðar er á listanum er heldur erfiðara að lýsa í smáatriðum og snýr meira að finni blæbrigðum samskipta og tengsla nemenda og kennara. Hér skal þó ekki gert lítið úr þeirri vinnu sem þarf til þess að breyta kennsluháttum og það mun krefjast töluverðrar hugsunar af hendi kennara. Fyrir kennara sem vilja nýta sér hugmyndirnar í þessum pistli er rétt að benda á vefsíðu Peters, <http://www.peterliljedahl.com/> þar sem finna má fjölda verkefnahugmynda og efni sem varpar frekara ljósi á þessar hugmyndir. Auk þess bendum við á eftirfarandi til frekari lesturs:

- Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. Í *Posing and Solving Mathematical Problems* (bls. 361-386). Sviss: Springer
- Wheeler, L. (2014-2017). Wheeler's thoughts on teaching: The thoughts of a high-school teacher. Blogg með mörgum góðum teikningum sem sýna atriðin saman og skipt, og líka í útvíkkaðri mynd, sjá <https://mslwheeler.wordpress.com/tag/thinking-classroom/>.

Einnig má nefna að von er á bók um þetta efni sem áætlað er að komi út haustið 2020 hjá Sage-útgáfunni Corwin. Efnið í bókinni byggir á rannsóknum yfir 15 ára tímabil í samstarfi

við kennara og nemendur í yfir 400 skólum frá síðasta ári leikskóla upp í lokaár framhaldsskóla víðsvegar í Kanada. Var þar um að ræða skóla og nemendur sem eru sambærilegir við það sem gengur og gerist á Íslandi.

Þótt áherslan sé á stærðfræðikennslu þá má vissulega nýta hugmyndirnar í fleiri námsgreinum á borð við íslensku, ensku, samfélagsfræði og náttúrufræði. Nokkrir kennarar hér á landi, bæði á grunnskólastigi og framhaldsskólastigi eru þegar byrjaðir að prófa sig áfram með aðferðir hugsandi skólastofu og verður spennandi að heyra frá þeim hvernig gengur.

---

Þessi grein er hliðstæð grein sem birtist í Flatarmálum 2018 (1. tölublaði). Birt með leyfi ritstjórnar.

---

Ingólfur Gíslason er aðjúkt við Menntavísindasvið Háskóla Íslands og vinnur að doktorsverkefni um stærðfræðimenntun. Hann hefur kennt stærðfræði á framhaldsskólastigi, í fullorðinsfræðslu og í kennaranámi. Rannsóknir hans eru um stærðfræðináms- og -kennslu út frá samskiptasjónarhorni og notkun tölvutækni í stærðfræðinámi.

Bjarnheiður Kristinsdóttir er doktorsnemi við Háskóla Íslands og starfar með rannsóknarhópi um nýsköpun í stærðfræðimenntun við Johannes Kepler háskólann í Linz í Austurríki. Hún lauk meistaraþrófi í hagnýtri stærðfræði í Þýskalandi, hefur starfað sem framhaldsskólakennari og komið að endurmenntun stærðfræðikennara en einnig er hún virk í stjórn Íslenska stærðfræðafélagsins og í undirbúningsnefnd Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema.

---