

## Stærðfræðikennslan, námsefnið og kennsluaðferðirnar: Skóli margbreytileikans í Torontó með stærðfræðigleraugum

Í febrúar, fyrr á þessu ári heimsótti Sigrún Lilja Jónasdóttir, kennari við Austurbæjarskóla, tvo framhaldsskóla í Torontó í Kanada, Western Technical-Commercial School (WTCS) og Central Toronto Academy School (CTA). Í þremur greinum sem Sigrún Lilja hefur skrifað fyrir Skólapræði, segir hún frá heimsókn sinni. Í þeirri fyrstu, sjá **hér**, fjallaði hún um hvernig unnið er með nemendum með annað móðurmál en ensku eða frönsku. Í annarri greininni, sjá **hér**, fjallaði hún um skólana, stærðfræðikennara og vinnuaðstöðu þeirra og sú þriðja, sem hér birtist er um námsefni í stærðfræði, kennsluaðferðir og fleira.



**Sigrún Lilja Jónasdóttir**

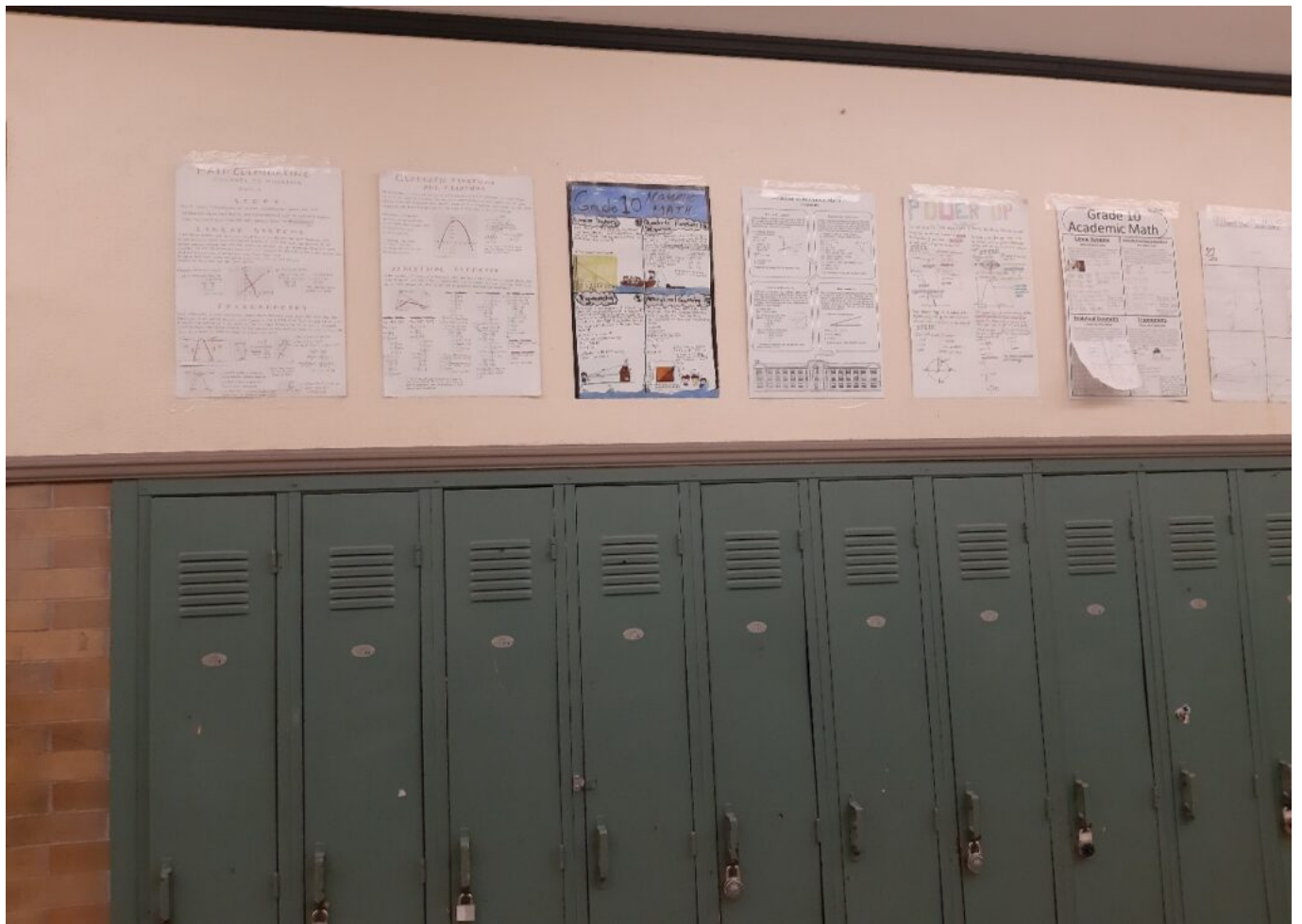
Í WTCS skólanum og CTA skólanum er unnið með nemendum á fjölbreyttan hátt. Reynt er að koma til móts við þarfir nemanda eins og framast er unnt. Eins og áður hefur komið fram er kennslustundin í þessum tveimur framhaldsskólum sem ég heimsótti 75 mínútur nema á miðvikudögum þá eru þær 60 mínútur vegna funda sem haldnir eru í skólunum alla

miðvikudaga á milli kl. 8.00-10.00. Einn fundur í mánuði er helgaður faggreinakennslunni í skólunum. Hér á eftir ætla ég að leyfa ykkur að kíkja inn í nokkrar kennslustundir með mér. Hvaða námsefni er notað og hvernig eru kennsluaðferðirnar? Í lok greinarinnar segi ég stuttlega frá félagslífinu og samskiptum við foreldra.

## **Kennslustundirnar í WTCS skólanum**

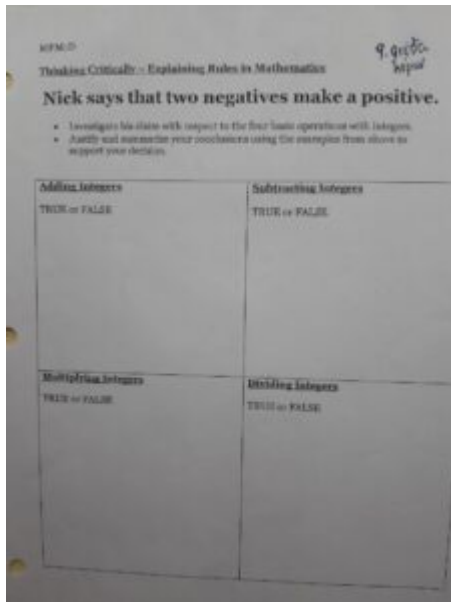
Kennari í 9. bekk er að rifja upp eitt og annað varðandi flatarmál og ummál ýmissa forma. Hann lætur nemendur hafa verkefni sem er þrjár blaðsíður með myndum. Fyrst leiðir hann nemendur áfram og útskýrir algengustu reiknireglur fyrir flatarmál og dregur nemendurna vel inn í umræðuna. Hann spyr hvort þeir hafi lært regluna um flatarmál hrings o.s.frv. Nemendur nota flestir vasareikna í símunum sínum. Einn drengur þarf að nota fartölvu við vinnu sína. Nemendur vinna sjálfstætt seinni hluta tímans en eiga síðan að klára verkefnið heima. Nemendur sitja ýmist einir eða tveir saman. Kennari gengur á milli og aðstoðar. Nemendur eru duglegir að hjálpast að.

Kennari í 12. bekk byrjar á að fara yfir heimavinnu. Kennarinn notar lesvarpann og reiknar á blað með nemendum. Krakkarnir eru mjög áhugasamir enda um skemmtilega þrautalausn að ræða. Þeir eru að skoða Pascal þríhyrninginn út frá tiltekinni formúlu. Sumir nemendur eru með drykki inni í stofu og margir með síma uppi á borðum. Krakkarnir hafa greinilega eitthvað verið að vinna með hugmyndir Pascal áður og fá nú nýtt verkefni á þremur blöðum. Á einu eru tvær þrautalausnir, önnur er götumynd og eiga nemendur að lýsa á hve marga vegu þeir geta komist á milli ákveðinna gatnamóta með ákveðnum flutningum og hitt er um flutninga á taflborði. Á næsta blaði er lína sem segir: Hvað lærði ég í dag? Þar verða nemendur að skrá nokkrar setningar um það sem þeir voru að læra. Síðasta blaðið er svo heimavinna dagsins. Kennarinn fer í gegnum sum verkefni á blaðinu með nemendum bæði á lesvarpa og töflu og dregur þá mikið inn í umræðuna með sér: Hvaða tölur vantar? Notið Pascal aðferðina o.s.frv. Hann spyr skemmtilegra og áhugavekjandi spurninga. Nemendur komast langt með allt verkefnið, líka heimavinnublaðið, en eiga að klára verkefnið heima og fá svör með heim. Nemendur hjálpa hver öðrum.



## Stærðfræðigangur í WTCS

Kennari í 10. bekk byrjar á að fara yfir heimavinnu, dæmi úr bókinni. Hann lætur suma nemendur segja frá því hvernig þeir unnu verkefnið. Viðfangsefni tímans er að kynna innsetningaraðferð við lausn jöfnuhneppis. Hann tekur nemendur með í umræðuna með því að spyrja: Hvort er betra að einangra  $x$  eða  $y$ ? Skiptir það e.t.v. ekki máli? Einn nemandi setur snöggvast símann sinn í hleðslu. Kennarinn hvetur nemendur til að prófa hvort lausn þeirra sé rétt og tengir hana við punkt í hnitakerfinu. Hann setur svo fyrir nokkur dæmi úr námsbókinni. Hún heitir *Nelson Principles of Mathematics 10*. Bókinni fylgir heimasíða sem nemendur nota. Aðgangurinn er merktur inn í bækurnar s.s. „This is your access Code nelson 5567LQLZ og to [www.mynelson.com](http://www.mynelson.com).“ Nemendur fara á milli borða og hjálpast að.



Kennari í 9. bekk er að vinna með neikvæðar tölur og hefur sett upp á vegg stofunnar ýmsar bjargir um efnið. Hér fá nemendur verkefni sem þeir eiga að vinna saman í hópum. Kennarinn útskýrir verkefnið vel í byrjun. Nemendur þurfa að beita rökum og sýna fram á hvernig reglurnar virka. Hóparnir biðja um fleiri verkefni þegar þeir eru búnir. Bókin sem þessi hópur notar er *McGraw-Hill Ryerson. Principles of Mathematics 9*

Kennari í 10. bekk notar skjávarpa og fer í jöfnur og skurðpunkt. Við útskýringar sínar tengir kennarinn jöfnurnar við daglega lífið og ber saman kostnað við að taka leigubíl eða lest á flugvöllinn. Ræddar eru líka spurningar eins og: Er minni mengun að fara með lestinni? Hvað sparast margir leigubílar ef hraðlestin upp á flugvöll er full? Nemendur fá verkefnablað sem þeir eiga að vinna og líka heimavinnublað. Kennarinn segist munu fara lauslega yfir heimavinnu á morgun. Kennari útdeilir þessu næst námsbók til nemenda og þurfa þeir að merkja við að þeir hafi fengið bók sem þeir eiga svo á að skila inn í vor. Þurfa að borga 100 kanadíska dollara ef þeir skila henni ekki. Bókin heitir *Nelson Principles of Mathematics 10*. Krakkarnir hjálpast svolítið að á milli borða og reyna að vinna sem mest í tímanum.

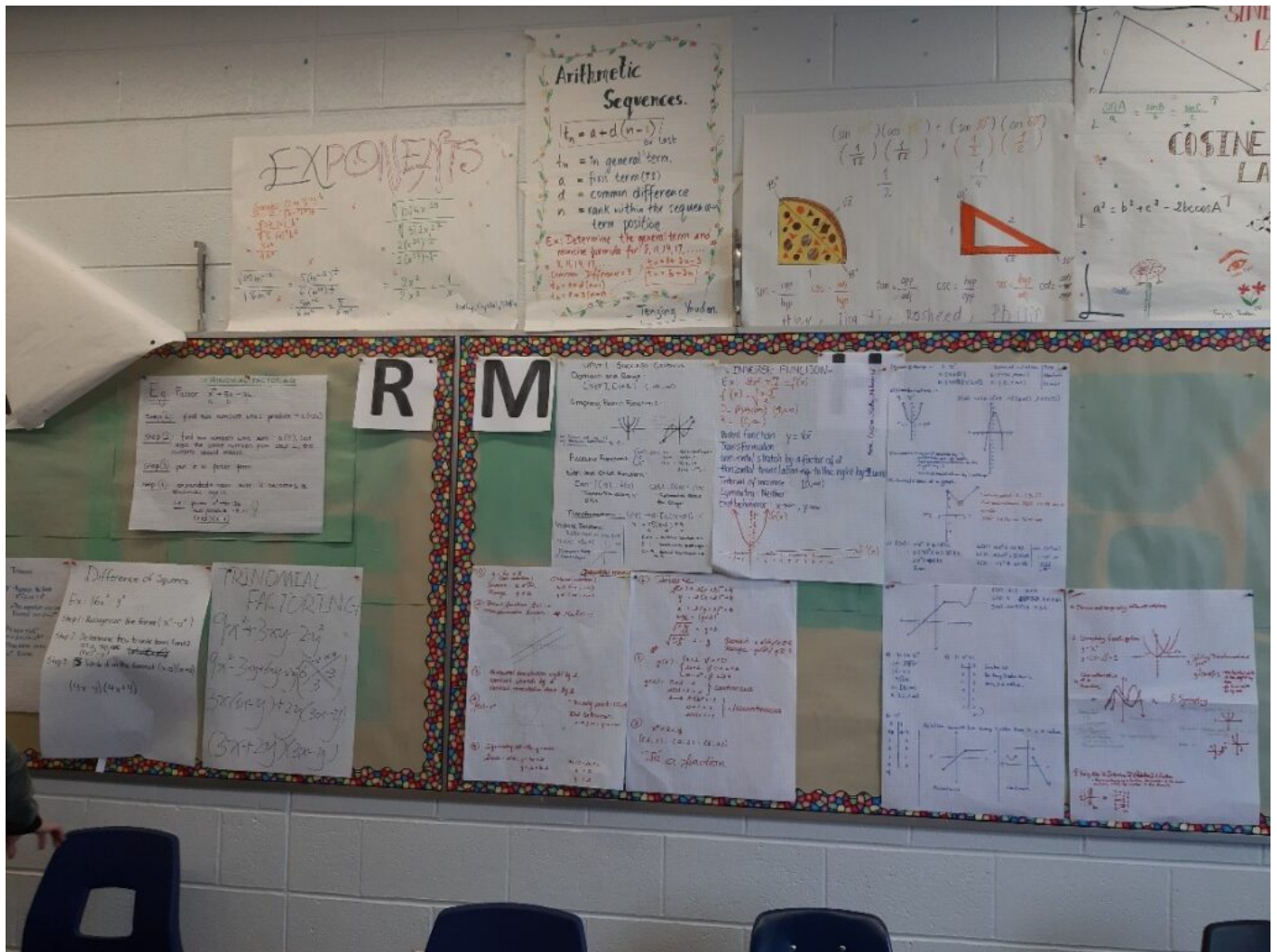
Kennari í 11. bekk fer að æfa nemendur fyrir spurningakeppni með Quiz sem á að vera á morgun þar sem reynir á lausnir á annars stigs jöfnum. Hann sýnir hvernig finna má lausnirnar með þáttun og fer mikið í ferningsrætur og lausnir. Í stofunni er snjalltafla sem hann er að nota. Það verður smátruflun þegar kona kemur inn til að kynna valáfanga sem verður í boði á næstu önn. Kennarinn segist vera með Quiz svona átta sinnum yfir veturinn og segir að krökkunum líki þessi keppni vel. Nemendur eiga að æfa sig heima fyrir keppnina. Í stofunni sitja nemendur í tvöföldu U og þessi kennari notar ekki námsbók, bara verkefnablöð og Google Classroom.

Kennari í 12. bekk útskýrir stuttlega afleiður og reglur sem hægt sé að nota til að auðvelda vinnu með þær. Hann hefur greinilega verið búinn að fara í þetta efni áður. Síðan fara nemendur að vinna í bók sem heitir *Nelson Calculus and Vectors 12 solutions* sem er tekin saman af Chris Kirkpatrick. Hér er áhuginn mikill og nemendur vinna mjög vel saman í bókinni. Þeir eru að vinna með afleiður og reyna að komast í að byrja á heimaverkefninu.

Heimaverkefnið er á tveimur blöðum. Lýsa á þremur reglum, reikna nokkur dæmi og segja frá því hvernig lausnir þeirra eru hugsaðar.

## Nokkrar kennslustundir í CTA skólanum

Kennari í 9. bekk, þar sem nemendur stefna á háskólanám, sýnir mér tvö próf sem hann hefur látið nemendur taka til að kanna stöðu þeirra. Fyrri prófið var tekið í byrjun annar og sýnir stöðuna eftir 8. bekk og hitt er staðan eftir tveggja vikna kennslu í 9. bekk. Hann telur of mikinn þrýsting frá foreldrum ráða því að í þennan hóp séu settir nemendur sem ekki hafa nægilega góðan grunn. Það eru 27 nemendur í hópnum. Reglan er að allir símar séu niðri í tösku á meðan kennt er, en nemendur mega hlusta á tónlist þegar þeir vinna sjálfstætt ef þeir trufla ekki aðra. Hann er að byrja að kenna algebru út frá hlutföllum. Hann gerir þetta listilega vel, allir eru með og læra. Umfjöllunarefnið er einfaldasta útlit. Hann dregur nemendur vel inn í umræðuna með vönduðum spurningum um styttingu og styttingarmöguleika. Krakkarnir eru áberandi glaðir hjá þessum kennara. Hér er allt hlaðið af reynslu, bæði stofan og kennarinn. Hann segir að töfraorðið í jöfnum sé að skoða, horfa og hugsa hvert svarið gæti verið. Hann tengir mjög vel við efni í grunnskólanum sem nemendur hafa lært áður. Þegar nemendurnir eru svo til allir búnir að ná þessu segir hann að svona sé nú algebran, ekki flókið fyrirbæri. Einn nemandi hafði verið með smá kjánalæti. Kennarinn sagði honum að hlusta aðeins betur og finna hvernig þetta fari inn í heilann. Hann spyr nemandann nokkurra spurninga sem strákur getur svarað. Strákurinn verður mjög ánægður og virkur það sem eftir er af tímanum. Nemendur fá handskrifað verkefnablað með æfingu í hlutföllum og jöfnum. Kennari gengur á milli, nemendur sitja einir en hjálpast svolítið að. Kennarinn brýtur svo upp og er þá búinn að setja jöfnudæmi á aðra krítartöfluna, tekur upp nemendur og lætur þá vinna lausnina þar.

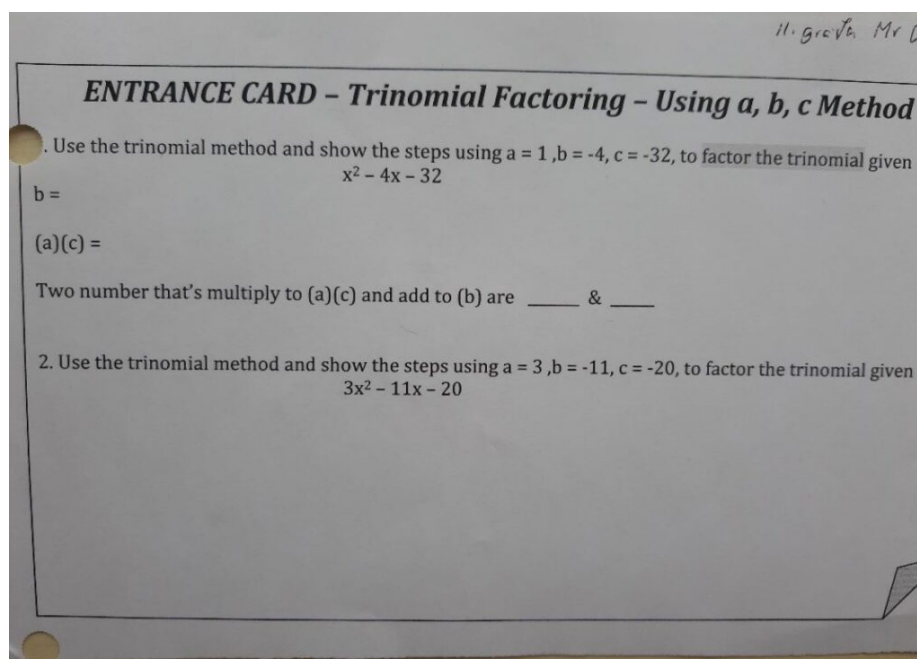


Bjargir á veggjum í CTA

Kennari í 10. bekk er að kenna lausnir jafna með tveimur breytum. Aðalatriðið segir hann vera að lesa dæmið og hafa í huga þau atriði sem fram koma á verkefnablaðinu. Á verkefnablaðinu sem hann lætur nemendur hafa eru lesdæmi um jöfnuhneppi. Kennari hvetur nemendur til að lesa dæmið vel, finna mismunandi tvo hluti sem þeir eiga að leita eftir, láta  $x$  tákna annan og  $y$  hinn, skrá tvær jöfnur sem sýna samband stærðanna og velja lausnaraðferð. Kennarinn vinnur vel með snjalltöfluna sem hann er með og tekur góð dæmi. Krakkarnir eru mjög duglegir að vera með. Þeir giska aldrei heldur nota rök. Næst er farið í gegnum dæmi á blaðinu sem nemendur fengu. Nemendur eiga að vinna næstu tvö dæmi sjálfstætt, svörin eru fyrir aftan hvert dæmi, en nemendur þurfa að rökstyðja lausn sína. Allir sitja við einstaklingsborð en krakkarnir fara svolítið á milli til að hjálpast að. Þegar nemendur hafa glímt við verkefnið nokkra stund vill kennarinn fara að fá umræður um hvernig á að leysa dæmin. Næst eiga nemendur að svara spurningum úr námsbók og þá þurfa þeir að fara í símana til að skoða þær. Allir eru að vinna og engin spenna í stofnunni. Kennslubækur skólans eru rafrænar inni á Google Classroom.

Ég fylgist með kennara í 11. bekk (e. college). Í upphafi tímans fer einn strákur að skrifa á

töfluna, önnur stúlka þurrkar út og fer líka að skrifa á töfluna. Þau eru að skila heimavinnu sem gildir inn í einkunn. Nemendur þurfa að skila 15 heimaverkefnum af þessu tagi yfir önnina og þau gilda 50%. Það á að vera Quiz á föstudag. Tveir drengir fara út úr kennslustofunni því þeir eiga að búa til dæmi í Quiz. Kennarinn er að rifja upp línurit. Síðan útskýrir hann stuttlega jöfnu beinnar línu og línurit sem tengjast raunverulegum aðstæðum. Hann fer inn á netsíðu sem hann er með í tölvunni sem sýnir fjölgun í heiminum á hverri sekúndu. Hve margir fæðast á hverri sekúndu? Það eru 2,7 börn. Síðan lætur hann nemendur reikna hlutfall fjölmennustu landanna af mannfjölda heims og teikna það í skífurit. Nemendur eiga að klára verkefnið heima.



Nemendur fylla út aðgangskort í byrjun tímans og skila til kennara

Ég fylgist með kennara í 11. bekk (e. academy). Krakkarnir byrja á að vinna aðgangskort (e. entrance card). Á þeim eru lítil verkefni sem nemendur vinna í byrjun tímans og skila til kennara þegar þeir eru búnir. Úrlausnir verkefnanna gilda inn í lokaeinkunn. Þarna eru nemendur að finna lausn á annars stigs jöfnu. Síðan fá þeir verkefni sem vinna á í tímanum að hluta. Þarna eru almenn brot með óþekktum stærðum, margföldun og deiling. Kennarinn byrjar á að þátta á kúrtöflu og sýna hvernig hægt er að stytta brotin. Síðan kallar kennarinn verkefnið sem nemendur fengu fram á snjalltöflu. Hann segir krökkunum að þeir fái sama Quiz og hinir bekkirnir í vikulokin. Hann fyllir út verkefnið á töflunni, gerir villu, en einn nemandinn tekur strax eftir því og þá fylgja góðar umræður í kjölfarið. Á blaðinu eru þrepin sem nemendum er ráðlagt að vinna eftir. Hér vinna allir í hópum nema tveir vinna einir. Nemendur eiga svo að leysa næstu tvö dæmi sjálfir. Kennari gengur á milli og

nemendur hjálpast að. Kennari fer að skrá lausnir hinna dæmanna inn á snjalltöfluna. Þetta er duglegur hópur og allir að vinna. Kennari keppist við að klára verkefnið, merkir, og flytur það svo inn í Google Classroom. Hann segir nemendum að þeir verði að skilja nógu vel þannig að þeir geti notað kunnáttuna seinna.

Ég tek eftir því að kennararnir nota margar kennsluaðferðir í sömu kennslustund. Þeir breyta um aðferðir nokkuð oft, en leiða kennsluna og umræðurnar áfram með því að búa til nokkurs konar tilgátuandrúmsloft með nemendum í anda Mason (Mason og Wilder, 2004). Þeir nota hvetjandi spurningar, nemendur læra með spurningum og ná fram námi með því að: segja frá - ræða - hlusta. Í leiðinni kemur tengingin við fyrra nám. Þrautalausnir eru líka mikið notaðar og þá hjálpast nemendur að. Kennararnir segja mér að samvinnunám hafi farið vaxandi undanfarin ár en það séu frekar yngri kennararnir sem nota það markvisst. Einnig eru kennarar að nota leiðsagnarnám því þeir tala mjög mikið við einstaka nemendur þegar þeir eru á gangi í bekknum og gefa þeim góða endurgjöf. Það virðist mikið um það að kennarar séu með heimatilbúin verkefni fyrir kennslustundina, ásamt heimanámi. Þó voru nokkrir að nota kennslubækurnar líka. Nemendur þurfa að skila heimavinnu í stærðfræði. Quiz er notað í báðum skólunum og líka rúmfræðiforrit, þó ekki GeoGebra.

Einkunnir eru ekki gefnar í bókstöfum eða einni tölu, heldur í hlutfalli, t.d. 72/100. Prófabanki fylgir námsbókunum og kennari sýndi mér hvernig hann gat valið þung eða létt dæmi í þessum flokki og búið til próf á nokkrum mínútum til útprentunar. Samræmd lokapróf eru send í skólana ásamt mörgum litlum prófum til að kanna stöðu nemenda.

## **Nokkur orð um félagslífið**

Félagslífið í skólunum er öflugt, virkt nemendalýðræði og stefnan er að hver nemandi geti fundið sér þar eitthvert áhugamál við hæfi. Margir klúbbar þeirra eru þess eðlis að ELL nemendur geta tekið þátt í þeim, t.d. leiklistarklúbbar og klúbbar sem leggja áherslu á að kynna nemendur fyrir öðrum sem tala sama tungumál. Í WTCS skólanum eru 38 nemendaklúbbar og tímasetningar starfs þeirra eru ljósar strax í upphafi skólaárs. Sumir þeirra eru árstíðabundnir, til dæmis við ákveðnar íþróttir, aðrir byggjast á samvinnu eins og árbókargerð, fréttaklúbbar og menningarklúbbar af mörgum gerðum (Western Technical-Commercial School, Program Book 2018- 2019). Í skólabók CTA skólans eru líka taldir upp 36 klúbbar en sagt að þeir séu jafnvel fleiri (Central Toronto Academy, Program Book 2018-2019). Sumir nemendur vildu halda því fram að það skipti máli hvaða kennari stjórnaði með þeim í klúbbum, það hefði mikla þýðingu fyrir vinsældir hans.



## Klúbbastarf

Skólarnir leggja áherslu á að vera í góðu samstarfi við foreldra. Samskipti við þá eru jákvæð og þeir alltaf boðnir velkomnir í skólana. Það eru ákveðnir foreldradagar í skólunum þar sem foreldrum gefst tækifæri til að koma með nemendum og ræða við kennara. Oft eru þeir hafðir á fimmtudegi og svo gefið frí í skólunum daginn eftir. Þá eru flestar búðir og fleiri þjónustustaðir einnig lokaðir og foreldrum gefið færi á að gera eitthvað með sínum börnum og nærsamfélagið tekur tillit til þess. Kennarar reyna að koma foreldrum í samband við aðra foreldra sem tala sama tungumál. Skólinn er með kynningu á skólastarfinu fyrir foreldra í ákveðnum árgöngum. Bréf og aðrar tilkynningar frá skólunum eru þýdd yfir á algengustu tungumálin. Á heimasíðu Skólaskrifstofu Torontó-héraðs er auglýst eftir sjálfboðaliðum úr hópi foreldra eða annarra í skólasamfélaginu til að aðstoða við ýmis verkefni í skólunum. Margir foreldrar koma inn í ýmis konar sjálfboðavinnu fyrir skólana, hjálpa til við að koma nemendum í starfsnám, vinna við kökubakstur og fleira þegar safnað er fyrir ákveðnum ferðum eða fyrir hjálparsamtök.

Dyrnar á kennslustofum í skólunum eru svo til alltaf opnar. Kennarinn ræður sjálfur hvernig hann meðhöndlar símanotkun og hvort hann leyfir nemendum að hafa nesti meðferðis í

kennslustund. Í þessum skólum er, eins og áður hefur komið fram, öflugt klúbbastarf og þar kynnast kennararnir nemendum oft á tíðum á öðrum vettvangi. Áhersla er á hugulsemi gagnvart hverjum nemenda og samræður um námið. Ávextir og kex er í boði handa nemendum fyrir utan skrifstofuna í CTA skólanum. Mikil áhersla er lögð á kynningar á því námi sem er í boði á næsta skólastigi og upplýsingar um námsmöguleika víða að finna á veggjum.

Eftir þessa ferð mína í kanadískt skólakerfi verð ég að segja að margar spurningar vakna um skólakerfið hér hjá okkur á Íslandi. Væri ef til vill æskilegra að grunn- og framhaldsskólar væru undir sömu stjórn? Þurfum við ekki að auka valmöguleika nemenda í 9. og 10. bekk svo nemendur geti betur notið sín í skóla margbreytileikans? Væri ekki æskilegra að hafa meira klúbbastarf í unglingadeildum í stað þess að bjóða nemendum einungis upp á samveru í félagsmiðstöðvum?

Efni greinarinnar er að miklu leyti byggt á samræðum mínum við þá 10 stærðfræðikennara þessara tveggja skóla sem leyfðu mér að vera með sér í kennslustundum og frímínútum þennan febrúarmánuð 2019. Hafi þeir ásamt skólastjórum skólanna þökk fyrir frábærar móttökur. Einnig vil ég þakka Dagnýju Marinósdóttur og Guðbjörgu Pálsdóttur fyrir aðstoð og góðar ábendingar.

## Heimildir

Central Toronto Academy, Program Book 2018-2019.

Mason, J. og Johnson-Wilder, S. (2004). Designing and using mathematical tasks (2. útgáfa). Milton Keynes: Open University.

Western Technical-Commercial School, Program Book 2018-2019.

---

Sigrún Lilja Jónasdóttir er stærðfræðikennari við Austurbæjarskóla þar sem hún hefur kennt í 33 ár. Meðfram kennslu sinni í Austurbæjarskóla hafði Sigrún Lilja lengi umsjón með samræmdum prófum í stærðfræði hjá Námsmatsstofnum sem þá var. Sigrún Lilja er ein af stofnendum Hollvinafélags Austurbæjarskóla sem meðal annars hefur komið upp skólalunastofu í risi skólans.

---

Sigrún Lilja Jónasdóttir. (2019, júní). Stærðfræðikennslan, námsefnið og kennsluáferðirnar: Skóli margbreytileikans í Torontó með stærðfræðigleraugum. *Skólalæðir - Tímarit*

*Samtaka áhugafólks um skólaþróun. Sótt á*

<https://skolathraedir.is/2019/06/26/staerdfraedikennslan-namsefnid-og-kennsluadferdirnar-s-koli-margbreytileikans-i-toronto-med-staerdfraedigleraugum/>

---