

## Notkun snjalltækja í stærðfræðikennslu

**Brynjar Marinó Ólafsson**



Notkun hjálpargagna í stærðfræði er ekki ný af nálinni. Fyrir utan það sem hægt er að kalla hefðbundin verkfæri stærðfræðinnar eins og til dæmis reglustiku og hringfara þá hafa menn lengi vel reynt að nýta og búa til fleiri verkfæri eða hjálpartól til aðstoðar við útreikninga. Dæmi um slíkt eru til dæmis talnagrind, logaritmatöflur og vasareiknir, en frumgerð hans má rekja allt aftur til 17. aldar þegar Pascal smíðaði reiknivél til að hjálpa föður sínum sem vann við skattheimtu í Frakklandi (Valentine, 2014). Allt nýttist þetta til að einfalda vinnu, en þegar grafískir vasareiknar og heimilistölvun komu á markaðinn gáfust tækifæri til að skoða stærðfræðileg viðfangsefni á nýjan hátt og nýta þessi tæki til að auka skilning með hætti sem ekki var hægt áður eða þurfti a.m.k. miklar forsendur til að geta gert.

Nýjasta þróunin er spjalddölvur og snjallsímar. Ekki aðeins urðu þessi tæki nánast strax almenningseign um leið og þau komu á markað, heldur hefur framboð af forritum fyrir þau aukist hratt eða frá 500 snjallforritum árið 2008 þegar AppStore opnaði til 2,2 milljóna

snjallforrita árið 2017 (App Store (iOS), 2017). Inni í þessum fjölda er verulegur fjöldi af stærðfræðiforritum sem mörg hafa notið vinsælda.

Kostum spjaldtölva og snjallsíma í skólastarfi hefur verið haldið á lofti í umræðunni og jafnvel heilu skólarnir og bæjarfélögin varið miklum fjármunum til að kaupa þessi tæki handa nemendum (Kópavogsbær, 2015). Þá er rétt að staldra við og skoða hvort ávinningurinn sé sá sem ætlast er til. Hér verður ekki reynt að fjalla um allt sem þessi tæki hafa upp á að bjóða heldur reynt að beina sjónum að notkun og notkunarmöguleikum þeirra við stærðfræðikennslu. Einkum ætla ég að fjalla um þrens konar notkunarmöguleika, það er leikjanotkun, notkun stærðfræðiforríta og námsumsjónarkerfi.

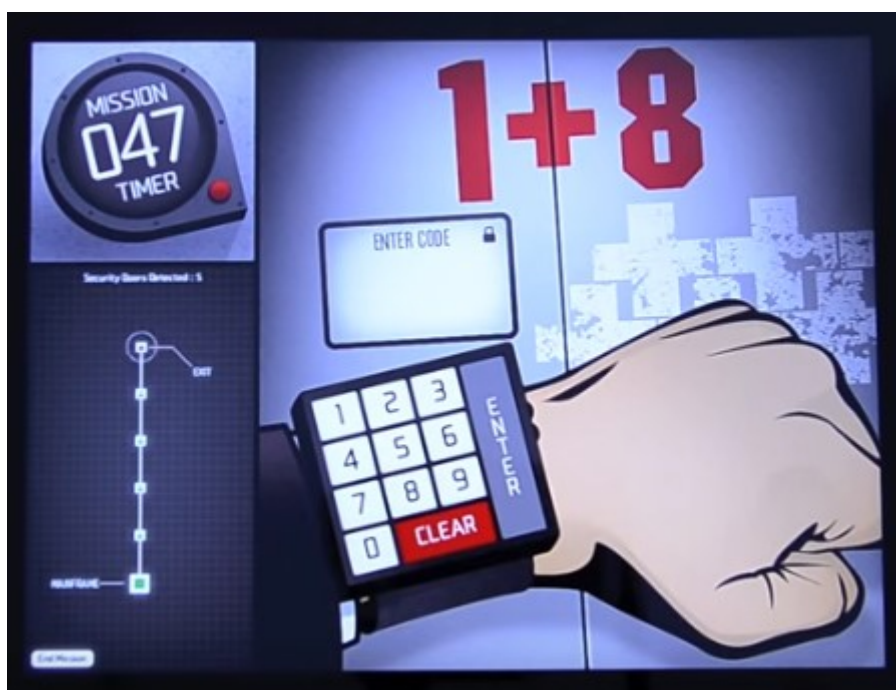
## Leikir og smáforrit

Upphaf tölvuleikjabyltingar má rekja til ársins 1972 þegar tölvuleikurinn Pong kom á markað og var það fyrsti tölvuleikurinn sem náði almennri útbreiðslu til almennings. Á næstu árum komu tölvuleikir á borð við Space Invaders, Asteroids og Pacman og má segja að með þeim hafi tölvuleikjabylting hafist (History of video games, 2017). Fljótlega fóru menn að velta fyrir sér hvort tölvuleikir væru gagnlegir eða skaðlegir. Til eru rannsóknir sem hafa sýnt að spilun sérhæfðra tölvuleikja getur t.d. bætt viðbragðstíma hjá eldra fólki, árangur á þekkingarprófi í eðlisfræði, færni í verkefnum á sviði skurðaðgerða, flughæfni og ýmsa aðra þætti sem reyna á athygli og vinnsluminni (Novak, 2015). Í grein Tingir og fleiri (2017) er fjallað um áhrif snjalltækja (farsíma og spjaldtölva) á árangur í stærðfræði, lestri og náttúrufræði. Um er að ræða samantekt á nokkrum rannsóknum um efnið og kemur meðal annars fram að sumar rannsóknir bendi til þess að stærðfræðitölvuleikir á yngsta stigi leiði til lítilla betri námsárangurs hjá börnum, meðan aðrar rannsóknir sýna að áhrif forrita í snjalltækjum hafa takmörkuð áhrif á námsárangur (Tingir o.fl., 2017). Samkvæmt samantekt Tingir og félagar hefur notkun snjalltækja áhrif til góðs á námsárangur í lestri en ekki jafn mikil áhrif í stærðfræði. Þess má þó geta að af þeim fjórtán rannsóknum sem voru greindar fjölluðu aðeins þrjár um áhrif snjalltækja á námsárangur í stærðfræði; flestar rannsóknirnar fjölluðu um tengsl við náttúrufræðikennslu eða alls átta rannsóknir.

Umfjöllun um námsleiki og gildi leikja á þroska og námi hjá börnum er ekki ný af nálinni og hafa fræðimenn á borð við Dewey, Piaget og Vygotsky fjallað um gildi leiks í námi þó að umfjöllum þeirra hafi eðlilega ekki náð til tölvuleikja. Því er ekki óeðlilegt að framleiðendur forrita, tölvuleikja og smáforrita telji eftirsóknarvert að framleiða forrit og leiki ætlaða til náms þar sem kennarar og foreldrar hafa tekið slíku opnum örmum samhliða nýrri tækni.

Ég ákvað að skoða fyrst vinsæla stærðfræðileiki og smáforrit fyrir spjaldtölvur. Leiðin sem ég valdi var að nota leitarvélina Google og leita annars vegar eftir *best math apps* og hins

vegar *best classroom math apps*. Við fyrri leitina ákvað ég að velja fyrsta valmöguleikann sem ekki hafði endinguna .com í vefslóð sinni og reyndist það vera heimasíða edutopia.org og heitið á greininni þar var *Using Math Apps to Increase Understanding* (Burns, 2017). Við seinni leitina ákvað ég að velja fyrsta valkost og var það heimasíða með heitið *Teacherswithapps.com* og grein á þeirri síðu sem var *Top Ten Classroom Math Apps* (Patel, 2012). Í framhaldinu ákvað ég að skoða forritin sem vísað var á og reyndi að flokka þau í annars vegar forrit sem þjálfá skilning á viðfangsefninu og hins vegar forrit sem eru þjálfun í afmörkuðum þáttum (e. drills). Af þeim 10 forritum sem vísað var á hjá edutopia.org fannst mér átta þeirra innihalda eingöngu endurteknaræfingar á afmörkuðum þáttum en í tveimur forritum var reynt að fá notanda til að skoða til dæmis gildi tölustafs í tugasæti eða vinna með talnalínu án þess að keppast við tíma eða stigafjölda. Við sömu flokkun á forritum á heimasíðu *teacherswithapps.com* fannst mér sex forrit falla í þann flokk að vera endurteknar æfingar, í einu forriti var lagt upp úr skilningi umfram kapp en þrjú forrit komust í hvorugan flokkinn hjá mér. Eitt vegna þess að það fannst ekki í AppStore og ekki á heimasíðu framleiðanda og tvö forrit virtust aðeins vera samansafn af útskýringum en kröfðust einkis af notandanum annars en að horfa á skjáinn. Aðeins eitt forrit, *Operation Math*, kom fyrir á báðum listunum og féll það í æfingaflokkinn hjá mér. Séu þessi nítján, að því er virðist vinsælu, smáforrit skoðuð sem ein heild þá voru þrettán (68%) sem gengu út á að keppast við tíma eða stig með endurtekningum, þrjú (16%) reyndu meira á skilning og skoðun frekar en kapp og önnur þrjú féllu utan þessarar flokkunar eins og fram hefur komið. Forritin sem ekki beindust að kappi voru *Number Line*, *Number Frames* og *Oh no! Fractions*.



Mynd 1. Skjáskot úr Operation Math

Aðrar rannsóknir sýna svipaðar niðurstöður og könnun mín sem lýst er hér að ofan. Í grein Cayton-Hodges og samstarfsfólks (2015) voru vinsæl stærðfræðiforrit skoðuð á svipaðan hátt. Alls voru skoðuð 80 smáforrit tengd stærðfræði og kom meðal annars í ljós að þó svo að mörg þessara forrita innihéldu einhvers konar stigagjöf þá var stigagjöfin oft tengd tímatöku. Fæst forritin náðu að tengja saman efnisflokka stærðfræðinnar og reyndu flest forritin á einföld svör við stærðfræðilegum staðreyndum en ekkert forrit krafðist útskýringa frá notanda eða fékk hann til að skoða hvers vegna eitthvað virkaði eða virkaði ekki. Loks kom í ljós að í flestum forritunum var stærðfræðin sem birtist notendum rétt eða a.m.k. ekki röng, en þó voru þar einnig smáforrit sem beinlínis ýttu undir rangan eða takmarkaðan skilning á stærðfræðinni. Til dæmis var í einu forritinu verið að kenna notanda að leysa jöfnu með því að fá hann til að deila báðum megin með  $x$  þegar leysa átti jöfnuna  $x \cdot x = x/3$  og þannig fá svarið  $x = 1/3$  sem var eini svarmöguleikinn sem gaf rétt svar en með þessu er útilokuð lausnin  $x = 0$  sem einnig er lausn á upprunalegu jöfnunni (Cayton-Hodges o.fl., 2015).

Þó að óformleg könnun mín og rannsókn Cayton-Hodges og félaga á stærðfræðitengdum smáforritum hafi leitt í ljós einsleitni þeirra þá er það ekki nóg til að skera úr um gæði eða gagnsemi forritanna og skoðaði ég því í framhaldinu aðrar rannsóknir sem gerðar hafa verið á notkun smáforrita. Í fyrstu er rétt að nefna nokkra kosti sem fylgja notkun smáforrita en stærðfræðismáforrit geta í einhverjum tilvikum haft áhrif á árangur í stærðfræði og þá sér í lagi minnkað bilið milli getuminni og getumeiri nemenda (Zhang o.fl., 2015). Sem mögulega ástæðu fyrir því nefna Zhang og félagar að í mörgum smáforritum fær nemandi tíða endurgjöf á það sem hann er að gera en aðrar rannsóknir hafa einmitt sýnt fram á að tíð endurgjöf geti haft mikil áhrif á námsárangur, jafnvel meiri áhrif en lengri skóladagur, bekkjarstærð eða laun kennara (Zhang o.fl., 2010) og þá sérstaklega á námsárangur nemenda sem eiga í erfiðleikum með stærðfræði (Brosvic o.fl., 2006). Annað sem Zhang nefnir sem mögulega ástæðu fyrir bættum árangri er að í mörgum smáforritum hefur nemandi möguleika á að vinna í efni á eigin hraða. Það virðist þó ekki eiga við um þau forrit þar sem notandi þarf að keppa við tímann til að fá stig eða komast á næsta borð.

Við val á smáforriti eða stærðfræðileik sem á að nýtast nemanda til að bæta námsárangur virðist vera nauðsynlegt að hafa í huga hvort nemandinn sé að fá reglulega endurgjöf á árangur sinn og eins hvort nemandinn fái að vinna í efninu á sínum hraða eða hvort hann er að keppa við tímann. Margir stærðfræðileikir, sérstaklega í þeim flokki sem reyna að mestu á endurteknar æfingar, eru byggðir upp þannig að nemandi er að keppa við tíma. Slíkt er í andstöðu við það sem Zhang nefnir sem jákvæðan áhrifavald smáforrita þegar kemur að bættum námsárangri. Fleiri hafa fjallað um hraða og endurtekningar í stærðfræðikennslu. Jo Boaler, prófessor við Stanford háskóla, segir það vera hættulega sýn á stærðfræði að halda að styrkleiki í stærðfræði felist í því að vera fljótur að reikna eða leysa verkefni (Parker,

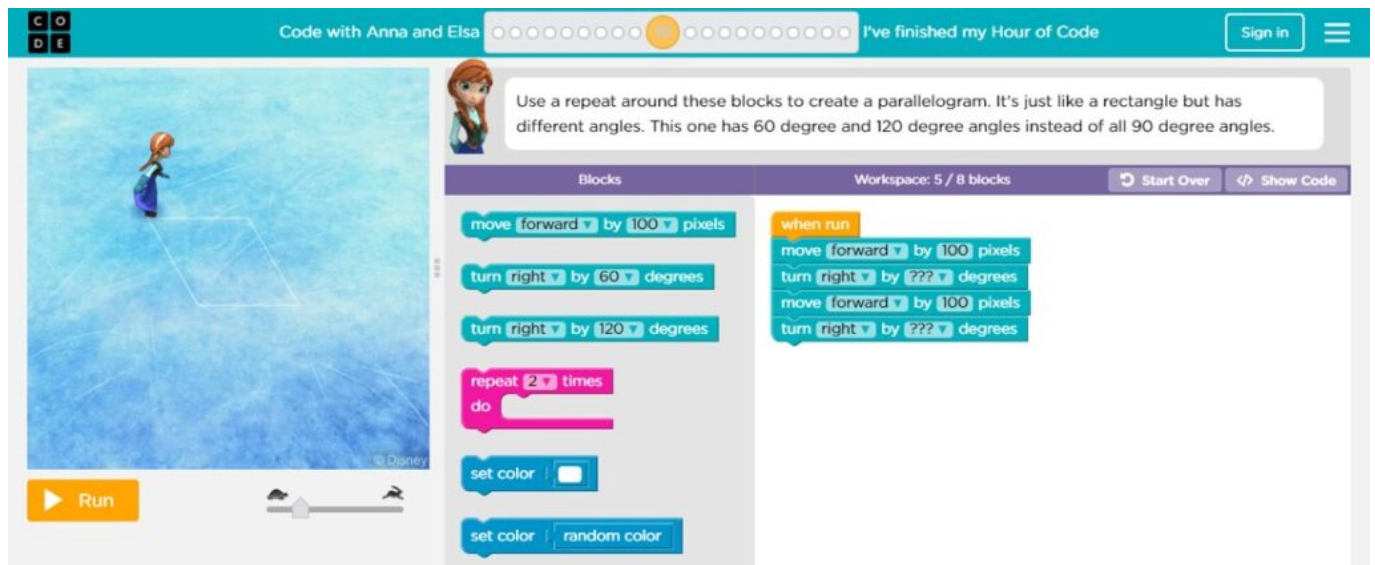
2015). Ef nemandi nær ekki að halda í við tímann í slíkum leikjum gæti það haft áhrif á sjálfsmynd hans (Adams, 2017) og hugsanlega leitt til neikvæðs viðhorfs til stærðfræðinnar. Því má segja að þó tölvuleikir geti verið til margs gagnlegir, séu þeir rétt hannaðir, þá er rétt að hafa í huga hvað ber að varast þegar velja skal leik fyrir nemanda til að draga úr neikvæðum áhrifum sem einnig geta fylgt. Ef leikurinn þjálfar lítið annað en minni leikmannsins án þess að krefjast þess að hann velti fyrir sér efninu eða tengslum við aðra þætti stærðfræðinnar eða ef hann brýtur niður trú nemandans á eigin getu vegna þess að hann er ekki nógu fljótur að reikna þá gæti verið betra heima setið en af stað farið. Kannski er þá við hæfi að velta fyrir sér með hvaða öðrum hætti hægt er að nýta upplýsingatækni við kennslu í stærðfræði.

## Forrit sem ekki eru leikir

Fyrir utan leikjatengd forrit og smáforrit með alla sína kosti og galla þá eru til annars konar forrit sem hægt er að nota í tengslum við stærðfræðikennslu í þeim tilgangi að bæta námsárangur eða dýpka skilning nemenda. Töflureiknar á borð við Excel eru kannski það fyrsta sem kemur upp í hugann enda er það forrit víða notað og vel þekkt. Möguleikar á notkun töflureikna við stærðfræðikennslu eru margir og ólíkt tölvuleikjum hefur nemandi möguleika á að skoða og velta fyrir sér ýmsum breytingum án þess að vera að keppast við stig eða tíma. Hægt er að nota töflureikninn til að setja upp myndrit og skoða hvernig þau breytast þegar ákveðnum gildum er breytt. Með sama hætti má skoða hvernig ein breyting hefur áhrif á miðsækni, eða hvernig breyting á verði gefur nýjan krónutöluafslátt miðað við sömu prósentu og margt fleira. Þá má einnig færa rök fyrir því að í gegnum töflureikna sé hægt að kenna grundvallaratriði í forritun, til dæmis rökskilyrði með „ef ... þá“ setningum.

Hæfni í forritun er oft nefnd sem mikilvægt veganesti á 21. öldinni. Árið 2014 bættu Finnar inn kafla í stærðfræðihluta námskrár hjá sér sem tengist þrautalausnum og kallast „tölvunarhugsun“ (e. computational thinking (CT)) (Niemelä og Helevirta, 2017). Segja má að tölvunarhugsun sé það ferli að skilgreina vandamál og setja lausnarferlið þannig fram að bæði manneskja og tölva geti fylgt ferlinu. Forritun snýst einmitt að miklu leyti um að leysa vandamál með því að brjóta það niður í smærri vandamál. Höfundar nefna einnig að sumir vilji ganga svo langt að líta á forritun sem framlengingu af algebru og því nauðsynlegt að kenna þetta tvennt saman. Fyrir yngri nemendur eru til forritunarmál sem gera þeim kleift að læra undirstöðuatriði í forritun með mjög myndrænum hætti. Forrit á borð við *Scratch* hafa verið vinsæl upp á síðkastið en einnig má nefna vefsíður eins og [code.org](https://code.org) sem setja upp litlar þrautir fyrir nemendur sem þeir eiga að leysa með myndrænni forritun. Sumar þrautirnar tengjast stærðfræði beint, til dæmis þraut þar sem notandi á að hjálpa Elsu, úr teiknimyndinni *Frozen*, að skauta ákveðnar leiðir á svelli og þarf nemandi meðal annars að

glíma við hornastærðir til að leysa verkefnið (Mynd 2).



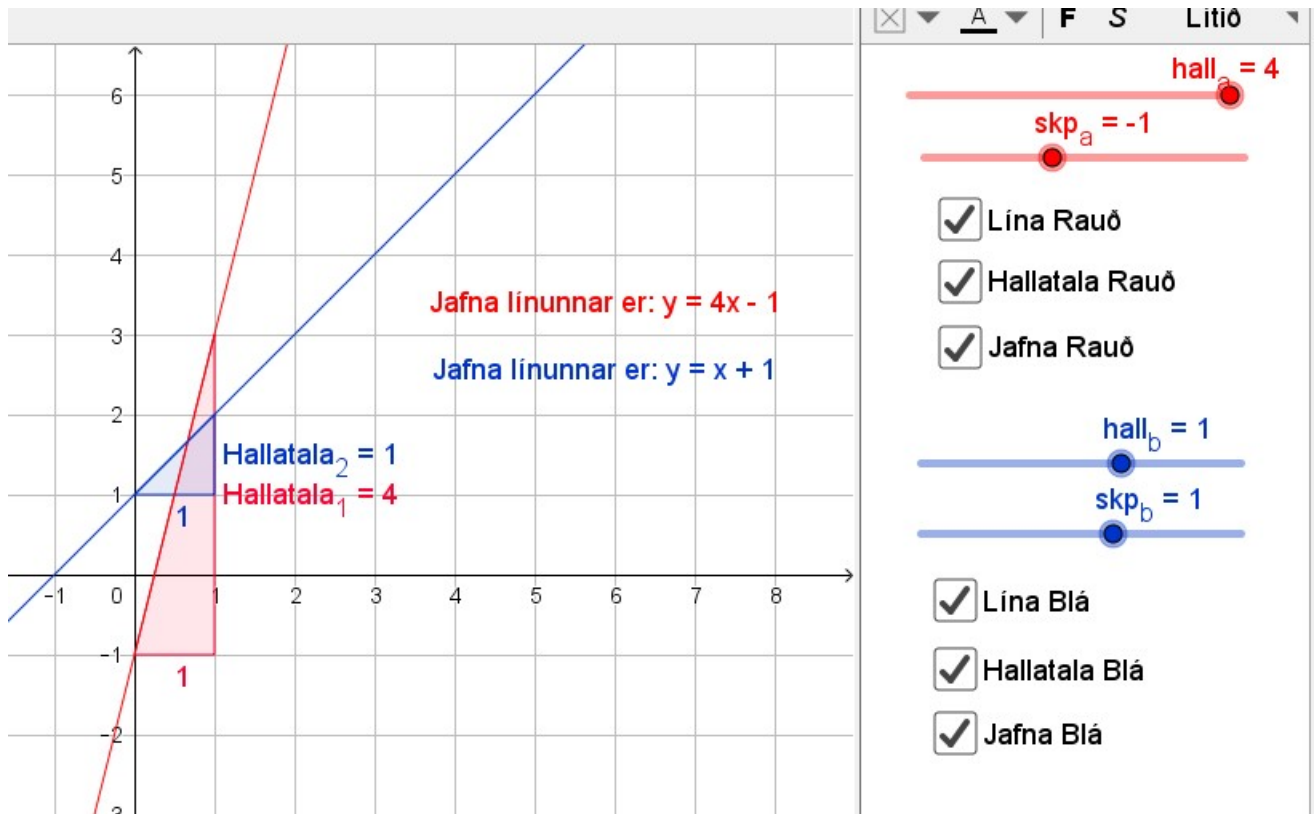
Mynd 2. Skjáskot frá code.org.

Á efri stigum má svo fá nemendur til að nota önnur forritunarmál og nefna Niemelä og Helevirta (2017) til dæmis Python í því samhengi sem hentugt byrjendaforrit sem nemendur geta nýtt til að kynna breytum og föllum, nokkru sem er mikið notað í algebru á unglinga- og framhaldsskólastigi.

Annar möguleiki á að nota upplýsingatækni og forrit til að hjálpa nemendum að dýpka þekkingu sína og skilning á stærðfræði er að nota forrit á borð við *GeoGebra*. Forritið er ókeypis, bæði aðgengilegt á netinu sem og sem forrit í spjaldtölvur og er sérhannað til að skoða ýmsa þætti stærðfræðinnar. Notkun *GeoGebra* forrita gengur ekki út á að keppast við tíma eða safna stigum heldur er forritið sérlega hentugt til að útbúa verkefni til að vega og meta, skoða ákveðin viðfangsefni eða ólíka þætti stærðfræðinnar hvort heldur sem er algebra eða rúmfræði. Hægt er að benda á að minnsta kosti þrjár ólíkar leiðir til að nota *GeoGebra* við stærðfræðikennslu.

1. Kennari útbýr skrár með eins konar sýniverkefnum. Auðvelt er að setja verkefni fram með rennistíku fyrir nemendur, þannig að þeir geti prófað og skoðað til dæmis hvernig breyting á hallatölu fyrir beina línu hefur áhrif á halla grafs og jöfnu línunnar (Mynd 3). Annars konar verkefni væri til dæmis að nota rennistíku til að fletja út þrívíð form til að sjá úr hvaða formum yfirborðið er gert og reikna í framhaldinu yfirborðsflatarmál þrívíða formsins. Í þeim tilvikum sem þessi leið er farin er æskilegt að kennari fylgi eftir rannsóknum nemenda með verkefni eða umræðum. Í fyrra verkefninu sem lýst er er til dæmis hægt að renna stíkkenni frá -4 til 4 og sýnir *GeoGebra* hvernig halli og jafna línunnar breytist við það. Í framhaldi má meta ályktunarhæfni nemenda og fá þá til að

velta fyrir sér hvernig jafna beinnar línu líti út ef hallatalan væri til dæmis 5 eða 10, eða fá hann til að lýsa því hvað einkennir beina línu með hallatölu 0.



Mynd 3: Skjáskot af verefni úr GeoGebru.

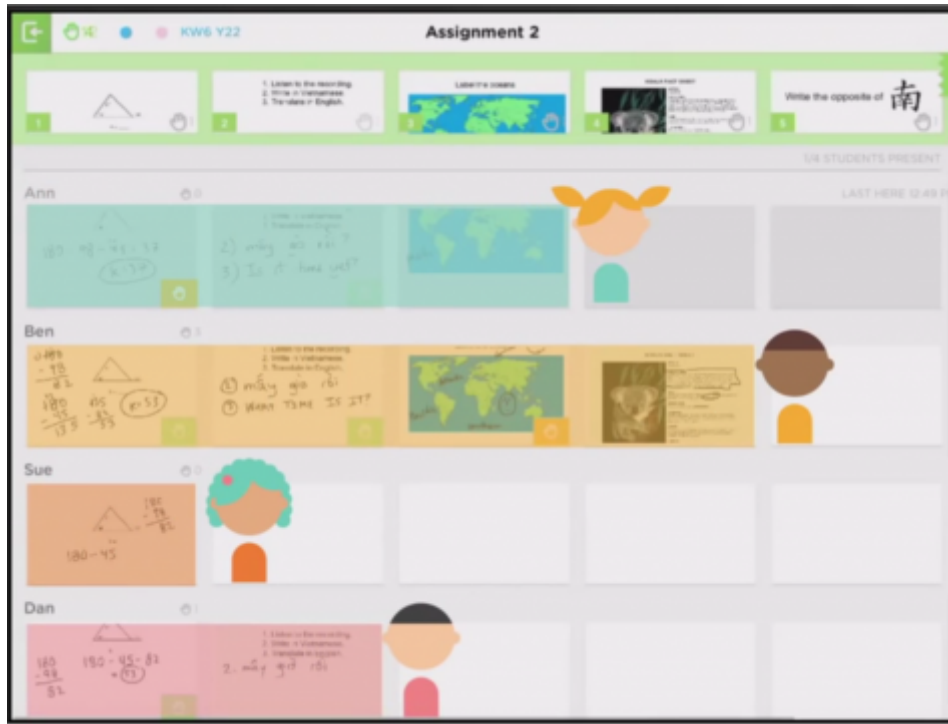
2. Nemandi vinnur í *GeoGebru* eftir fyrirmælum eða notar forritið til að ná fram ákveðnum markmiðum, til dæmis að búa til þríhyrning og ferhyrning sem hafa sama flatarmál eða teiknar mynd sem speglast um færanlega línu til að skoða hvernig fjarlægð myndar frá speglunarlínu hefur áhrif á speglunina. Til að vinna þess konar verkefni þarf að undirbúa nemendur og leyfa þeim að kynnst forritinu áður en lagt er af stað í þyngri vinnu. Fyrir nemendur með litla reynslu af forritinu þyrfti að hafa ítarlegar leiðbeiningar til að nemendur finni ekki til vanmáttar vegna kunnáttuleysis og þrói þá með sér neikvætt viðhorf til stærðfræðinnar eða missi trú á sjálfan sig líkt og rætt var um að gæti gerst þegar nemandi ræður ekki við hraðaútreikninga í tölvuleik.
3. Hægt er að þjálfa hugtakanotkun og kanna skilning nemenda á ákveðnu efni með því að láta nemendur tala inn á þögul myndbönd. Kennari útbýr þá eða nálgast stutt myndbönd sem eru gerð með aðstoð *GeoGebru* og sýna til dæmis snertil annars stigs grafs færast eftir punktum á fleygboga. Það er síðan lagt í hendur nemenda að tala inn á myndbandið og útskýra það sem þar er að gerast. Hugmyndin mun vera komin frá Freyju Hreinsdóttur, dósentis við Háskóla Íslands, litháíska stærðfræðikennaranum Rokas Tamošiūnas og sænska prófessornum Thomas Lingefjärd. Bjarnheiður Kristinsdóttir, doktorsnemi við Menntavísindasvið HÍ, rannsakar nú þessa nálgun og telur hún að umræður ásamt svona vinnu geti stuðlað að því að nemendur skilji betur þau hugtök sem unnið er með og sjái þau frá öðru sjónarhorni (Háskóli Íslands, 2017).

Hér mætti eflaust tína til fleiri forrit og snjallforrit sem ýmist eru sérhönnuð til að kenna stærðfræði eða eru einhverra hluta vegna sérlega vel til þess fallin að hjálpa nemendum að skoða og skilja undraheima stærðfræðinnar. Ég læt hins vegar duga að nefna þau sem er fjallað um hér að ofan en ljóst er að það er hægt að nýta upplýsingatæknina til að skoða stærðfræði og læra hana með öðrum hætti en í gegnum tölvuleiki.

## Námsumsjónarkerfi – námsmatskerfi

Í lok þessarar samantektar vil ég nefna námsumsjónarkerfi og mögulega notkun þeirra við stærðfræðikennslu. Hér á ég ekki við umsjónarkerfi eins og *Blackboard* eða *Moodle* heldur ætla ég að beina sjónum mínum að kerfum sem mætti kalla stafræn námsmatskerfi (e. digital formative assessment tools) eins og til dæmis *Classkick*, *Costner* og *AMC Anywhere*. Allt eru þetta umsjónarkerfi sem gera kennara kleift að fylgjast með hvað nemandi er að gera auk þess sem kerfin gefa kennara til kynna hvort nemandi þurfi aðstoð eða hvort hann sé að vinna villulaust í námsefninu. Ýmist eru kerfin þannig að viðvörðunarkerki koma upp hjá kennaranum ef nemandi er aðgerðarlaus eða að svara rangt en einnig er möguleiki fyrir nemanda að gefa kennaranum merki um að hann þurfi aðstoð (Mynd 4). Með þessu fær kennarinn góða yfirsýn og getur annað hvort farið til nemenda sem stranda eða tekið umræðu með bekknum ef margir eru að stranda í sama efni eða ef margir eru að „réttu upp hönd“ í tímanum.

Í einni rannsókn var fylgst með kennurum nota forritið *AMC Anywhere* til að meta stöðu og framvindu nemenda í stærðfræði. Niðurstöður gáfu til kynna ánægju kennara með forritið og sögðu þeir að það gæfi góða yfirsýn um hvar skórinn kreppir hjá nemendum og eins hjálpaði það þeim við að mynda litla námshópa með hliðsjón því hvaða nemendur þyrftu mestu aðstoð. Rétt er samt að taka fram að kennarar nefndu einnig að notkun slíkra forrita og úrvinnsla væri tímafrek fyrir kennara við undirbúning kennslu (Martin o.fl., 2016).



Mynd 4. Skjáskot úr Classkick

Rannsóknir hafa sýnt að leiðsagnarmat (e. formative assessment) getur haft mikil og jákvæð áhrif á nám allt frá yngsta stigi upp á háskólastig (Black og William, 1998). Sama kom fram í kaflanum um leiki og smáforrit, það er að tíð endurgjöf getur haft mikil áhrif á námsárangur en þó einkum og sér í lagi ef nemandinn nýtir sér hana til að bæta árangur sinn.

Námsmatskerfi sem gera kennara kleift að fylgjast með, greina og síðast en ekki síst að bregðast við þegar nemandi lendir í vandræðum verður þá að teljast vænlegur kostur þegar kemur að því að nýta upplýsingatækni í kennslu. Í *Classkick* forritinu geta nemendur til dæmis tengst kennarasvæði þar sem kennari getur sett inn verkefni fyrir nemendur að leysa. Kennarinn getur svo fylgst með vinnu nemenda og ef þörf er á þá getur kennarinn tengst tölvu nemandans og skrifað þar inn leiðbeiningar eða aðstoðað hann við að komast yfir þröskuldinn. Þessi möguleiki býður upp á þægilega leið til leiðsagnarmats auk þess sem hægt er að gera námið einstaklingsmiðaðra en ella þar sem kennari getur útdelt nýjum verkefnum rafrænt til nemenda eftir því hvernig honum er að ganga.

## Lokaorð

Spjaldtölvur og snjallsímar eru mikið í umræðunni nú á tímum. Fyrstu tölvuleikirnir sem komu á markað um miðja síðustu öld voru hugsaðir til afþreyingar en í dag er mikil gróska í tölvuleikjum sem eru markaðssettir sem námsleikir.

Rannsóknir hafa sýnt að tölvuleikir geta verið til margs gagnlegir en við val á

stærðfræðileikjum þarf að varast að þeir séu of einhæfir eða að kappið sé svo mikið að það sé á kostnað lærdómsins sem leikurinn á að skila. Margir vinsælir stærðfræðileikir leggja áherslu á hraða og endurtekningu en æskilegra er að nemandi fái að vinna á sínum hraða og að hann fái tíða endurgjöf á árangur sinn. Flestir leikir virkja notendur ekki til merkingarbærrar stærðfræðiðju.

Einnig er hægt að rannsaka stærðfræði með aðstoð töflureikna eins og *Excel* eða forrita á borð við *GeoGebra*. Bæði þessi forrit bjóða upp á margar mismunandi leiðir til að nálgast viðfangsefnið þó svo að *Excel* sé almennur hugbúnaður en *GeoGebra* sérhannað til merkingarbærs stærðfræðináms.

Þá njóta námsumsjónarkerfi eða stafræn námsmatskerfi vaxandi vinsælda. Þau bjóða kennurum bæði upp á að safna gögnum um framvindu nemenda í náminu og eins eru sum forritin með þann möguleika að kennari geti gripið inn í vinnu nemenda með því að tengjast tölvu hans. Þannig er bæði hægt að gera námið einstaklingsmiðaðra og eins verður leiðsagnarmat ráðandi í námsferlinu.

Upplýsingatækni og snjalltæki bjóða upp á marga möguleika í stærðfræðikennslu og námi. Allar líkur eru á því að tækninni muni áfram fleygja fram og nauðsynlegt að kennarar og menntayfirvöld taki þátt í að fylgja þeirri þróun, en við innleiðinguna á nýrri tækni hlýtur aðalspurningin alltaf að vera: „Hvaða gagn er að henni fyrir nemendur?“ eða „Hvernig stuðlar nýja tæknin að betra námi?“

## Heimildaskrá

Adams, C. (2017, 22. september). *The disadvantages of using games as a learning tool*. Sótt af <https://itstillworks.com/12328164/the-disadvantages-of-using-games-as-a-learning-tool>

App Store (iOS). (2017, 14. desember). Wikipedia. Sótt 15. desember af [https://en.wikipedia.org/wiki/App\\_Store\\_\(iOS\)](https://en.wikipedia.org/wiki/App_Store_(iOS))

Black, P. og William, D. (1998). Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *PHI DELTA KAPPAN*. Sótt af <http://michiganassessmentconsortium.org/sites/default/files/MAC-Resources-BlackBox.pdf>

Brosvic, G. M., Dihoff, R. E., Epstein, M. L., og Cook, M. L. (2006). Feedback facilitates the acquisition and retention of numerical fact series by elementary school students with mathematics learning disabilities. *Psychological Record*, 56(1), 35. Sótt af <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2FBF03395536.pdf>

Burns, M. (2017, 18. apríl). *Using math apps to increase understanding*. Sótt af <https://www.edutopia.org/blog/10-apps-for-math-fluency-monica-burns>

Cayton-Hodges, G. A., Feng, G. og Xingyu, P. (2015). Tablet-based math assessment: What can we learn from math apps? *Journal of Educational Technology & Society*, 18(2), 3–20. Sótt af <http://web.b.ebscohost.com/ehost/detail/detail?vid=0&sid=fededd82-58bd-471d-8a6b-c3d0afa0319f%40sessionmgr102&bdata=JnNpdGU9ZWZWhvc3QtbGl2ZQ%3d%3d#AN=102557856&db=aph>

Háskóli Íslands. (2017, 7. desember). *Hljóðlaus myndbönd henta vel í stærðfræðikennslu*. Sótt af [https://www.hi.is/frettir/hljodlaus\\_myndbond\\_henta\\_vel\\_i\\_staerdfraedikennslu](https://www.hi.is/frettir/hljodlaus_myndbond_henta_vel_i_staerdfraedikennslu)

History of video games (2017, 25. nóvember). Wikipedia. Sótt 4. desember 2017 af [https://en.wikipedia.org/wiki/History\\_of\\_video\\_games](https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_video_games)

Khalil, M., Sultana, N. og Khalil, U. (2017), Exploration of Mathematical Thinking and its Development through Geogebra. *Journal of Educational Research*, 20(1), 83–99. Sótt af <https://search.proquest.com/docview/1924243515/fulltextPDF/D68B0D0CA0554ACCPQ/4?accountid=27513>

Kópavogsbær. (2015, 11. júní). *Spjaldtölvur afhentar í Kópavogi*. Sótt af <https://www.kopavogur.is/is/frettir-tilkynningar/spjaldtolvur-afhentar-i-kopavogi>

Martin, C. S., Polly, D., Wang, C., Lambert, R. og Pugalee, D. K. (2016). Perspective and practices of elementary teachers using an internet-based formative assessment tool: The case of assessing mathematics concepts. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 23(1), 3–11. Sótt af <https://search.proquest.com/docview/1802217154/fulltextPDF/36EDE157BD914D84PQ/3?accountid=27513>

Niemelä, P.S. og Helevirta, M. (2017). K-12 Curriculum Research: The Chicken and the Egg of Math-aided ICT Teaching. *International Journal of Modern Education and Computer Science*, 1, 1–14. Sótt af <https://search.proquest.com/docview/1886772489/fulltextPDF/A6018993DE2C42F1PQ/2?accountid=27513>

Novak, E. og Tassell, J. (2015). Using video game play to improve education-majors' mathematical performance: An experimental study. *Computers in Human Behavior*, 53,

124–130. Sótt af

[https://ac.els-cdn.com/S0747563215300121/1-s2.0-S0747563215300121-main.pdf?\\_tid=768d42a6-d8d8-11e7-89ab-00000aacb35f&acdnat=1512381168\\_2cb87826ae30e7ac082377c772598fe8](https://ac.els-cdn.com/S0747563215300121/1-s2.0-S0747563215300121-main.pdf?_tid=768d42a6-d8d8-11e7-89ab-00000aacb35f&acdnat=1512381168_2cb87826ae30e7ac082377c772598fe8)

Parker, Cl. B. (2015, 29. janúar). *Learn math without fear, Stanford expert says*. Sótt af <https://news.stanford.edu/2015/01/29/math-learning-boaler-012915/>

Patel, G. (2012, 24. apríl). Top ten classroom math apps. Sótt af <https://www.teacherswithapps.com/top-ten-classroom-math-apps-2/>

Tingir, S., Cavalazoglu, B., Caliskan, O., Koklu, O. og Intepe-Tingir, S. (2017). Effects of mobile devices on K-12 students' achievement: a meta-analysis. *Journal of Computer Assisted Learning*, 33, 355–369. Sótt af <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/jcal.12184/epdf>

Valentine, N. (2014, 24. mars). The history of the calculator. Sótt af <http://www.thecalculatorsite.com/articles/units/history-of-the-calculator.php?page=2>

Zhang, M., Trussell, R. P., Gallegos, B. og Asam, R. R. (2015). Using math apps for improving student learning: an exploratory study in an inclusive fourth grade classroom. *TechTrends*, 59(2), 32–39. Sótt af <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs11528-015-0837-y.pdf>

---

**Brynjar Marinó Ólafsson** er grunnskólakennari í Reykjavík þar sem hann kennir m.a. stærðfræði á unglingsstigi.