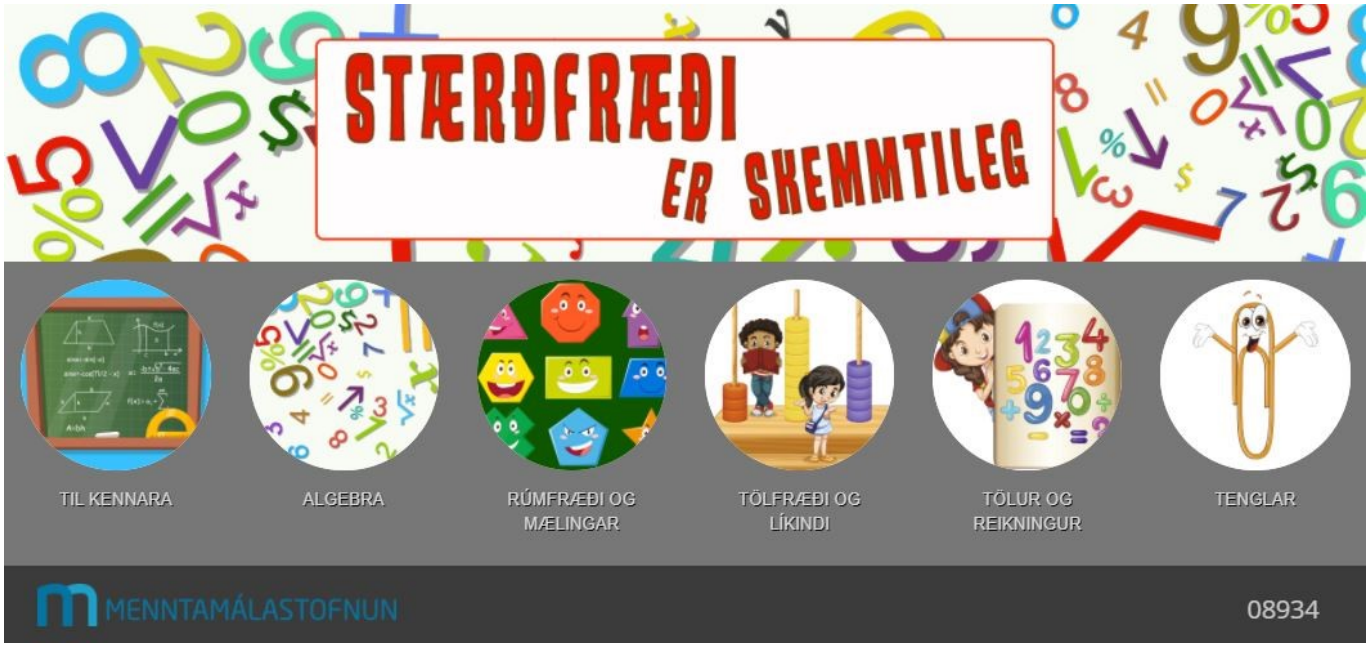
Stærðfræði getur verið skemmtileg

Ingvar Sigurgeirsson



Á síðasta skólaári kynnist ég í fyrsta sinn Hörðuvallaskóla í Kópavogi. Skólinn var einn af fáum skólum á landinu sem ég hafði aldrei heimsótt. Ég þekkti ekki einu sinni hverfið! Ég fékk tækifæri til að fylgjast með skólastarfinu og ræða við starfsfólk og nemendur. Margt vakti athygli mína, meðal annars kennsla sem í skólanum er kennd við *stærðfræðiþema* og er á dagskrá einu sinni í viku í aldursblönduðum hópum. Námsefnið, sem að mestu leyti er byggt á í þessum tímum, er samið af kennurum skólans og heitir *Stærðfræði er skemmtileg* og er sett fram sem verkefna- og hugmyndabanki. Námsgagnastofnun gaf hluta þessa hugmyndasafns út fyrir vorið 2014 og er verkefnin að finna á vef Menntamálastofnunar á þessari slóð: https://mms.is/namsefni/staerdfraedi-er-skemmtileg.

Og þessi stærðfræði er skemmtileg! Um það get ég vitnað. Ég fylgdist með kennslunni á miðstigi og heimsótti allar stofurnar þar sem stærðfræðiþemað var í gangi. Í einni stofunni voru nemendur að leysa verkefni sem byggðist á því að skipuleggja fjölskylduferð um landið (sjá mynd). Ferðalagið átti að taka tvo til fjóra daga og það átti að gista í tjaldi. Ferðaáætlun átti að miða við fjögurra manna fjölskyldu. Nemendur völdu staðinn og þurftu að reikna allan kostnað. Þeir notuðu símana sína og spjaldtölvur til að afla upplýsinga um raunverulegan kostnað. Með öðrum orðum: Alvöru viðfangsefni!

Tölur og reikningur

1+2

5.–7. bekkur ★★★

Ferðalag um Ísland – verkefni

Að ferðast um landið

- Ferðalagið tekur 2–4 daga.
- Gist er í tjaldi.
- Farið er á einkabíl.
- Afþreying, 3–5 staðir.
- Miða ferðaáætlun við fjögurra manna fjölskyldu (2 fullorðnir og 2 börn).



Bílar	Eyðsla í lítrum á 100 km
Toyota Corolla	6,9 l
Reunault Megan Disel	4,4 l
Ford Explorer	10,2 l
Volvo V70 Dísel	4,1 l
Honda Civic 8,1l	8,1 l
Nissan Almera	7,5 l

Mynd 1 Hér er verkefnið sem lýst er hér að ofan. Verkefnin má vitaskuld nota með sveigjanlegum hætti. Hér mætti t.d. láta nemendum eftir að ákveða lengd og fyrirkomulag ferðalags og að bæta við möguleikum varðandi ferðamáta.

Í annarri stofu voru nemendur að hanna herbergi fyrir strák eða stelpu og höfðu ímyndað sér að þeir hefðu fengið greiðslukort sem veitti þeim heimild til að ráðstafa allt að 200.000 þúsund krónum til að kaupa í herbergið. Með sama hætti og félagar þeirra í fyrstu stofunni notuðu þessir nemendur síma og spjaldtölvur til að leita upplýsinga um hvað hlutirnir raunverulega kostuðu.

Í þriðju stofunni var verið að spila félagsvist og frammi á einum ganginum voru nemendur í pokakasti þar sem árangurinn gaf stig sem reikna þurfti saman.

Loks var hópur nemenda að glíma við að reikna út hvað þeir sjálfir kostuðu (föt, úr, sími).

Allir hóparnir sem ég fékk að fylgjast með voru aldursblandaðir, sem ýtir undir jafningjakennslu – og trúið mér: Ég hef komið í fjölmarga skóla þar sem efnt er til aldursblandaðs starfs með svipuðum hætti (oft einhvers konar hringekjur) og tekið eftir að slíkt starf leiðir oft til þess að spenna milli aldurshópa minnkar og hefur þannig jákvæð áhrif á skólabrag!

Þessi jákvæða reynsla varð til þess að ég ákvað að leita mér nánari upplýsinga um verkefnið og tilurð þess. Upphafsmaður þess er Þórunn Jónasdóttir, aðstoðarskólastjóri skólans, en hún hefur verið við skólann frá upphafi. Þórunn lýsir aðdraganda og þróun verkefnisins svona:

> *Hörðuvallaskóli hóf störf haustið 2006 og ég hafði verið ráðinn deildarstjóri og staðgengill skólastjóra við þennan nýja skóla. Sumarið áður var ég að vinna að lokaverkefni í viðbótarnámi mínu í stærðfræði við Menntavísindasvið HÍ. Sú hugmynd kviknaði hjá mér og Guðbjörgu Pálsdóttur, leiðbeinanda mínum, að lokaverkefnið yrði skipulag stærðfræðikennslu í þessum nýja skóla. Einn þáttur í því skipulagi var þemavinna sem byggði á aldursblöndun og hlutbundinni nálgun þar sem rík tengsl væru við daglegt líf og reynsluheim nemendanna.*
>
> *Eftir þessu skipulagi var unnið fyrsta veturinn og ýmsar útfærslur reyndar bæði í hópasamsetningum og uppbyggingu verkefna. Smám saman þróaðist hugmyndin. Fyrstu árin unnu allir nemendur í 1.–4. bekk saman í þemanu en haustið 2009 var ákveðið að hafa 1. árgang sér. Skólinn hafði stækkað ört og því orðinn nokkur fjöldi í hverjum árgangi. Því var staðan metin þannig að heppilegast væri að nemendur myndu einungis blandast innbyrðis innan árgangs fyrsta árið sitt. Eins þótti heppilegt að kynna þetta vinnufyrirkomulag vel fyrir nemendum fyrsta árið þeirra og kenna þeim ákveðinn grunn áður en til aldursblöndunar kæmi. Frá hausti 2009 til ársins 2013 var aldursblöndunin því 2.–4. bekkur, 5.– 7. bekkur og 8.-10. bekkur og hverjum hópi kennt í 60 mínútur í senn. Þá var aftur tekin ákvörðun um breytingu á þann veg að hver árgangur unglingastigsins væri sér í þemavinnunni. Ástæðan var helst sú að einungis tveir stærðfræðikennarar voru á elsta stiginu og fáir kennarar aðrir á stiginu voru tilbúnir til að sinna þessu verkefni, töldu sig eiga erfitt með að skipuleggja verkefni í grein sem þeir þekktu lítið til og því yrðu verkefnin ekki eins markviss. Þá var skipulagi þemans á unglingastiginu líka fljótlega breytt á þann veg að þar voru verkefnin ekki bundin við 60 mínútur, heldur náði hvert viðfangsefni yfir lengri tíma, eða fjóra til fimm 80 mínútna tíma. Völdu þá nemendur gjarna verkefni sem þeir unnu að og kynntu síðan fyrir skólafélögum sínum í lok þemans. Má þar nefna að í einu þemanu völdu nemendur milli verkefnanna:*

1. *Hvað kostar að taka bílpróf og kaupa og reka bíl í eitt ár?*
2. *Hvað kostar að eignast og framfleyta barni í tvö ár?*
3. *Hvað kostar að framfleyta unglingnum mér í eitt ár?*
4. *Hvað kostar að fara með fjögurra manna fjölskyldu í frí erlendis í mánuð?*

> *Síðan unnu nemendur saman í hópum, gáfu sér forsendur, öfluðu gagna, unnu úr*

niðurstöðum og kynntu fyrir samnemendum í lok verkefnis.

Skipulag þemans á unglingastigi hefur þróast í þá átt að inni á stundatöflu hvers bekkjar er 80 mínútna lota merkt stærðræðiþemanu og síðan er það kennaranna að skipuleggja hvernig þeir byggja upp og nýta þá tíma til fjölbreyttra stærðfræðiverkefna. Hjá öðrum nemendum skólans er grunnskipulag stærðfræðiþemans þannig að það er það sett inn í stundatöflur nemenda og dagar sem ætlaðir eru undir þemað eru á skóladagatali. Þemað er byggt upp þannig að fjögur þemu eru kennd yfir veturinn. Tvö að hausti og tvö að vori. Það hefur reynst hentugt að hafa hvert þema í fimm skipti. Þá eru kennarar þemans 10 og nemendur um 150. Í 1.–7. bekk er hver þematími 60 mínútur og hugsunin er að þetta sé eins og stór hringekja. Hver nemandi fer á fimm stöðvar, eina hverja viku. Tveir kennarar undirbúa verkefni fyrir eina stöð og kenna hana í fimm skipti.

Umsjónarkennarar skipta nemendum sínum í fimm hópa sem haldast út veturinn. Í hverjum hópi eru þá nemendur úr öllum bekkjum, blanda þriggja árganga í 2.–4. og 5.–7. Þegar nýtt þema hefst skipta kennarar um samstarfsfélaga og þannig vinnur hver kennari með fjórum öðrum kennurum yfir veturinn.

Tveir kennarar á hverri stöð	3.10.	10.10.	17.10.	24.10.	31.10.
Stöð 1	hópur 1	hópur 2	hópur 3	hópur 4	hópur 5
Stöð 2	hópur 5	hópur 1	hópur 2	hópur 3	hópur 4
Stöð 3	hópur 4	hópur 5	hópur 1	hópur 2	hópur 3
Stöð 4	hópur 3	hópur 4	hópur 5	hópur 1	hópur 2
Stöð 5	hópur 2	hópur 3	hópur 4	hópur 5	hópur 1

Skólaárið 2009–2010 fékk Hörðuvallaskóli styrk úr Vonarsjóði KÍ til að sinna verkefninu. Þórunn var spurð um þýðingu þess:

> *Það gaf aukið svigrúm til að þróa verkefnið og skapa því rými í skólastarfinu. Þá voru komnar upp hugmyndir um að byggja þemað upp sem þriggja ára verkefni þar sem hver nemandi færi í gegnum hvern þátt einu sinni á þriggja ára tímabili.*

Skólaárið 2009–2010 2012–2013 2015–2016	Skólaárið 2010–2011 2013–2014 2016–2017	Skólaárið 2011–2012 2014–2015 2017–2018
rúmfræði/mælingar mælingar: þyngd, hitastig, tími, rúmtak	**reikniaðgerðir/tölfræði/ líkindareikningur/ þrautir/spil** þrautalausnir, spil, leikir, vasareiknir háar tölur, peningar	**rúmfræði/mælingar** lengdarmælingar, flatarmál, ummál staðsetning
mynstur/algebra laufabrauð, útskurður, jólaskraut, mynstur, regluleiki, endurtekning, escher	**mynstur/algebra** óþekkt stærð, sannanir, formúlur	**reikniaðgerðir, tölur/hlutföll/prósentur** fjármálalæsi, peningar, unnið með ýmislegt tengt þeim s.s. ólíka gjaldmiðla, gamla íslenska peninga, búðarleikur o.m.fl.
reikniaðgerðir, tölur/hlutföll/prósentur út frá daglegu lífi neytendastærðfræði	**tölur/hlutföll/prósentur út frá daglegu lífi** excel, tilboð, útsölur, kostnaður	**tölfræði/líkindareikningur/ þrautir/spil** Útbúin spil og þrautir, ýmis stærðfræðispil kynnt, unnið með tölfræði og líkindareikning bæði í tölvum og talningu
tölfræði/líkindareikningur/ þrautir/spil útistærðfræði, íþróttaleikir, ratleikir	**rúmfræði/mælingar** að fást við form og myndir og byggja og búa til	**mynstur/algebra í tengslum við daglegt líf** náttúran og manngert umhverfi

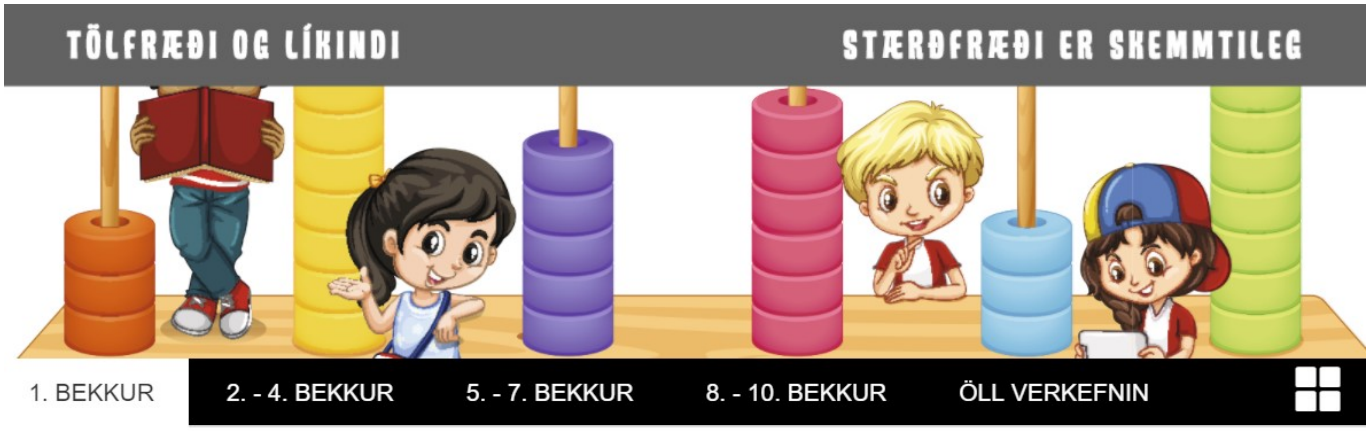
Sótt var um styrk í Sprotasjóð og haustið 2010 fékk skólinn styrk til þriggja ára. Þetta var gríðarlega mikilvægt fyrir verkefnið. Sett var af stað teymi sem hélt utan um verkefnið og verkefnisstjóri var settur yfir hvert aldursstig, 1. bekk, 2.–4. bekk, 5.–7.árg og 8.–10. bekk. Verkefnisstjórarnir kölluðu eftir upplýsingum frá kennurum sem kenndu í þemanu, héldu utan um hópaskiptingu, námsmat og verkefni. Þeir boðuðu til funda við upphaf hvers nýs þema þar sem ákveðið var hvaða viðfangsefni yrðu á dagskrá, hvaða kennarar ynnu saman í hvert sinn, hvar verkefnin yrðu kennd og hvað vantaði fyrir hvert viðfangsefni.

Á þessum árum safnaðist saman mikill fjöldi verkefna, bæði verkefni sem unnin voru upp úr og út frá verkefnum sem kennarar höfðu viðað að sér sem og verkefni sem þeir höfðu unnið frá grunni. Þá jókst gagnasafn skólans umtalsvert þar sem keypt var inn

mikið af gögnum sem nýtt voru í verkefnum þemans.

Þetta þriggja ára tímabil skapaði sterkan grunn að framgangi verkefnisins. Ýmsar kannanir voru gerðar á tímabilinu, hjá nemendum, kennurum og foreldrum, þar sem kannað var viðhorf til verkefnisins og stærðfræðináms og –kennslu

Verkefnisstjórar Sprotaverkefnisins vorum við Inga Sigurðardóttir þá sérkennari á yngsta stigi. Haustið 2013 fengum við Inga styrk úr Þróunarsjóði námsgagna sem við nýttum til að safna saman verkefnum sem til voru orðin í þemavinnunni og fullvinna þau til útgáfu. Við gengum til samninga við Námsgagnastofnun sem sá um útgáfu efnisins á vef sínum og þar eru verkefnin nú til útprentunar.



Hugmyndabankanum er skipt í fjóra flokka; algebru, rúmfræði og mælingar, tölfræði og líkindi og tölur og reikning. Verkefnin er aldursflokkuð fyrir 1. bekk, 2.–4. bekk, 5. –7. bekk og 8. –10. bekk. Efnið er aðgengilegt, hverju verkefni er lýst með yfirliti um markmið, gerð er grein fyrir námsgögnum, síðan fylgir verklýsing og loks tillaga um námsmat. Mörgum verkefnanna fylgja viðbótargögn; vinnublöð, gögn fyrir leiki eða hjálpargögn. Efnið er stjörnumerkt með hliðsjón af þyngdarstigi.

Verkefnin í safninu eru fjölbreytt og byggjast mikið á verklegum viðfangsefnum; ýmsum mælingum, teikningu, klippiverkefnum, pappírsbroti, leikjum, spilum, upplýsingaöflun, könnunum, rannsóknarverkefnum, útinámi, vettvangsathugunum og heimsóknum. Verkefnin eru oftast fyrir hópa eða paravinnu. Mörg verkefnanna eru hagnýt og tengjast umhverfi eða lífi nemenda og upplýsingatækni er beitt við framkvæmd margra þeirra.

Námsmatið er öðru fremur byggt á samvinnu, áhuga og virkni nemenda. Nemendum eru gefin stig eftir hvert verkefni og í lok hvers þema liggur fyrir hversu mörg stig hver nemandi

hefur unnið sér inn. Hjá unglingunum er auk þess metin þekking þeirra á efninu og mat lagt á framsetningu verkefnanna sem þeir leysa í hverju þema.

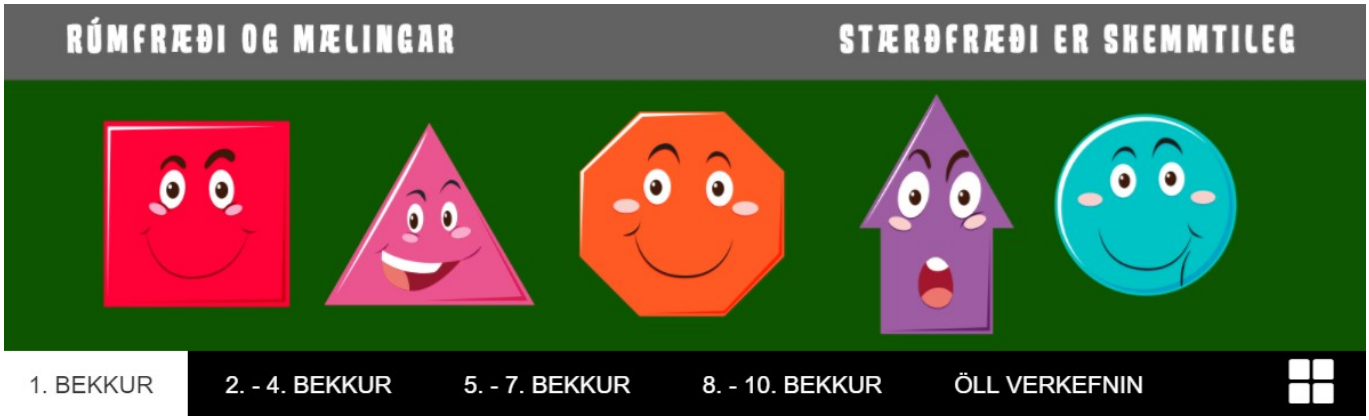
Ég hvet stærðfræðikennara eindregið til að kynna sér þetta skemmtilega verkefnasafn. Það kemur þeim sem þetta ritar ekki á óvart að árið 2014 fékk verkefnið viðurkenningu skólanefndar Kópavogs, Kópinn, fyrir framúrskarandi starf.

Umsögn dómnefndar var svohljóðandi:

> *Markmið verkefnisins er að útbúa námsefnismöppu sem hentar fyrir blandaða námshópa og hlutbundna kennslu. Tilgangurinn er að skapa jákvætt viðhorf nemenda og kennara til stærðfræðinnar og að þróa óhefðbundin kennslugögn og leiðir sem hvetja til jákvæðs viðhorfs. Mat á verkefnunum byggir á sjálfsmati nemenda og símati kennara.*
>
> *Unnið er með stærðfræði á fjölbreyttan og sveigjanlegan hátt. Nemendur gerðir meðvitaðir um áhrif stærðfræði á daglegt líf og fjölbreytt tengsl við umhverfið*
>
> *Áherslan er að nemendur átti sig á tengslum stærðfræðinnar og hvernig hún fléttast inn í daglegt líf.*
>
> *Í könnun sem gerð var fyrir ári síðan meðal kennara Hörðuvallaskóla, telja þeir að þessi vinna hafi breytt viðhorfum nemenda til stærðfræði á jákvæðan hátt. Eins kemur fram í sömu könnun að tæplega 90 % kennara telja að óhefðbundin nálgun og óhefðbundin kennslugögn stuðli að jákvæðara viðhorfi nemenda og vilja að þessari vinnu verði haldið áfram.*
>
> *Nemendur voru einnig spurðir og þeir telja langflestir að gott sé að vinna í blönduðum hópum og finnst svona kennsla vera tækifæri til að gera stærðfræðinámið fjölbreyttara. Eins hefur árangur í samræmdum prófum farið batnandi ár frá ári og hefur Hörðuvallaskóli verðið nokkuð fyrir ofan meðallag í þeim niðurstöðum.*

Rökstuðningur fyrir vali á verkefni

- *Verkefnið eykur áhuga nemenda á stærðfræði*
- *Verkefnið auðveldar skilning nemenda á stærðfræði og gerir þá jákvæðari gagnvart námsefninu*
- *Efnið verður gefið út og verður þar með aðgengilegt öðrum skólum*
- *Stjórnendur hafa þegar mælt árangur sem er ótvíræður*



Ingvar Sigugeirsson er prófessor við Kennaradeild Háskóla Íslands og sjálfstætt starfandi skólaráðgjafi.